Examensarbete

Grundlärarutbildning (åk 4-6) 240 hp

Betydelsen av det matematiska språket för elevers problemlösningsförmåga

Examensarbete I för grundlärare åk 4-6

Halmstad 2020-05-05

Gustav Ahnlid och Damoon Nouparvar

HÖGSKOLAN
I HALMSTAD

Titel	*Betydelsen av det matematiska språket för elevers problemlösningsförmåga*
Författare	*Damoon Nouparvar och Gustav Ahnlid*
Akademi	*Akademin för lärande, humaniora och samhälle*

Sammanfattning

Syftet med denna kunskapsöversikt är att ta reda på vad forskning säger angående vilken betydelse de matematiska språket har för elevers problemlösningsförmåga.

Problemlösningsuppgifter är en stor i undervisningen inom matematik. Lärare använder sig av egna och andra matematiklärares olika tillvägagångssätt vid problemlösning för att bygga problemlösningsförmåga och det matematiska språket hos eleverna. För att besvara vår frågeställning har vi tagit fram och analyserat relevanta forskningsartiklar kring ämnet.

Studierna som vi gått igenom i vår forskningsöversikt visar att det matematiska språket är abstrakt för eleverna, det vill säga orden är ovanliga i det vardagliga språket samt inom matematiken generellt för eleverna.

Om eleverna tar mindre del i samtalet under matematikundervisningen får de träna mindre på det matematiska språket och därför blir deras textavkodning i matematik lidande.

Nyckelord *problemlösning, matematik, matematiskt, språk, problemlösningsförmåga*

Handledare *Håkan Fleischer och Pernilla Granklint Enochson*

"I fear the day that technology will surpass our human interaction. The world will have a generation of idiots."
-A.Einstein

Förord

I följande forskningsöversikt kommer vi presentera en inblick i hur elever och lärare resonerar kring problemlösningar inom matematik. Den största delen av tiden som vi har lagt på detta arbete gjorde vi i samma rum men vi trodde vi kunde skriva på varsitt håll och klistra ihop våra delar, men icke! Det hela blev väldigt rörigt och det uppkom dagar där vi inte fick ett enda ord nedskrivet. Det var först mot slutet vi började lära oss hur vi skulle kommunicera med varandra genom arbetet vilket resulterade i en större trygghet och mindre stress. Det har i sin tur skapat mycket glädje att skriva detta, för oss, enorma arbete och det har samtidigt gett oss en väldigt stor lärdom och höjt våra självförtroenden.

Vi har tillsammans sökt efter fakta för bakgrunden samt resultatet. Vi har läst varandras texter samt skrivit gemensamt arbetet. Samarbetet har fungerat och vi ansvarar gemensamt för innehållet i vårt arbete. Mellan varje referens har vi båda bett varandra läsa respektive stycke för att få en objektiv inblick i texten och föra texten framåt. Utmaningen har varit enorm men lärorik.

Vi vill tacka Carolina, Lisa, Victor och Mimmi för att ha skapat minnen som vi sent kommer att glömma under den finaste månaden av dem alla, december. Med en massa skratt, avsnitt av Julkalendern på SVT och fika har detta arbete blivit roligare att skriva än vi trott! Vi vill också tacka våra två handledare, Håkan Fleischer som fanns under en kort men betydelsefull tid innan han lämnade för att utveckla sin karriär och Pernilla Granklint Enochson som styrde våra vilsna sinnen i rätt riktning.

1. Inledning

I den här forskningsöversikten kommer vi fördjupa oss i vilken betydelse språket i matematik har för problemlösningsförmågan hos eleverna. Det är ett område vi betraktar som viktigt men svårt för elever. Problemlösning innebär en uppgift i matematiken där problemet framgår som ett kort textstycke som skall analyseras, resoneras och beräknas.

"*Alla barn och elever i samtliga skolformer och i fritidshemmet ska ges den ledning och stimulans som de behöver i sitt lärande och sin personliga utveckling för att de utifrån sina egna förutsättningar ska kunna utvecklas så långt som möjligt enligt utbildningens mål.*" - så står det i skollagens tredje kapitel 2§ gällande barns och elevers utveckling mot målen. Det innebär att alla elever ska få möjlighet till en personlig utveckling med hjälp av stimulans på en så pass hög nivå att utbildningens mål skall kunna uppnås genom skolans undervisning.
Det vi har observerat under praktiken är att eleverna får koppla matematiken till vardagliga sammanhang när de arbetar med problemlösningsuppgifter. Det är i problemlösning som eleverna själva måste plocka ut ledtrådarna för att kunna lösa uppgiften. Eleverna måste förstå vad frågan går ut på för att sedan kunna förhålla sig till vilket räknesätt som eleverna bör använda sig av. LGR 11 (2018, s. 54), svenska läroplanen för skolan, belyser vikten av hur elever ska utveckla kunskap om matematikens användning i vardagen, strategier för problemlösningar i vardagliga situationer samt skapa egna uppgifter som är kopplade till vardagen. Eftersom problemlösningar är det som i hög grad binder samman matematiken med vardagen är det ett viktigt område inom matematiken enligt oss. Vi har både sett elevers svårigheter inom detta område under praktiken samt själva stött på svårigheter inom detta under vår skolgång. Med den här litteraturstudien vill vi skapa en större förståelse för just problemlösningar; en förståelse för varför det kan vara problematiskt för eleverna samt för lärarna. Får elever en större förståelse för hur de kan arbeta med problemlösningsuppgifter vinner elever en större förståelse för matematik, vilket i längden gynnar skolgången. Detta kommer vi att belysa senare i detta arbete. Nedan har vi skrivit en problemlösningsuppgift som kräver flera beräkningar och där eleverna behöver förstå språket för att rätt svar ska uppnås.

Problemuppgift: *Anna och Maria hade fem kulor vardera att spela med på skolgården. Vid vinst vinner man en kula och vid förlust förlorar man en kula. I varje spel kan man spela tre omgångar som mest. Anna vann två gånger och förlorade en gång. Maria vann tre gånger. Hur många kulor har de nu tillsammans?*

Lösning:
Annas kulor: 5 + 2 - 1 = 6 kulor
Marias kulor: 5 + 3 = 8 kulor
Totalt antal kulor efter spel: 6 + 8 = 14 kulor har de tillsammans

För att räkna ut hur många kulor som Anna och Maria har totalt behöver vi räkna ut hur många kulor Anna och Maria har enskilt. Anna har sina fem kulor från början. Anna vinner två gånger vilket ger henne två kulor mer. Anna förlorar även en gång och detta gör att hon förlorar en kula där av 5 + 2- 1 = 6.

Maria har även hon fem kulor från början. Maria vinner tre gånger. Detta gör att hon får tre kulor till sin samling. Vill vi veta hur många kulor Maria har gör vi på följande sätt: 5 + 3 = 8.

Det sista steget är att addera ihop dessa två uträkningar för att få reda på hur många kulor Anna och Maria har tillsammans. Det gör vi på följande vis: 6 + 8 = 14 kulor totalt.

I uppgiften sker det flera händelser där eleven måste försöka förstå uppgiften och analysera vilken metod hen skall använda. I den här specifika uppgiften behöver eleven ta reda på vilket räknesätt som skall användas mellan vilka tal, samt i vilken ordning de ska användas. Problemet vi har upplevt under vår praktik på övningsskolan är att många elever inte förstår vad som sker medan de läser texten som förklarar uppgiften och därmed anger vilka beräkningar som måste utföras. Vad vi uppmärksammat är att elever söker **en** beräkning för att komma fram till resultatet istället för att gräva ner sig djupare i uppgiften och förstå vad hela uppgiften innebär.

Det finns länder som har lyckats mycket bra inom ämnet matematik och i just problemlösning. Därför kommer vi att lyfta fram hur man går tillväga i andra länder. Ett land vi har studerat lite extra är Japan. Detta eftersom man där har lyckats väldigt bra när det kommer till matematik generellt och vi hittade forskning som är relevant inom problemlösning.

1.1 Centrala begrepp

I följande arbete kommer det förekomma begrepp som frekvent upprepas. Dessa begrepp beskrivs nedan mer ingående för att underlätta förståelsen av denna forskningsöversikt.

Skriftliga problemlösningsuppgifter i matematik

Problemlösning är ett begrepp som kontinuerligt dyker upp under skolgången. Det är ett textstycke där en händelse med en matematisk grund beskrivs. För att ett matematiskt problem ska klassas som en problemlösning ska problemlösaren kunna lösa uppgiften utan att känna till vilken metod som ska användas vid första anblick (Wilén, 2011). Enligt PISA (*Programme for International Student Assessment*) behöver problemlösaren använda sig av tre processer under en problemlösning för att ha en huvudsaklig kompetens. Dessa tre är att *formulera, använda* och *tolka* enligt Skolverket (2018, s.15). Vad dessa processer innebär kommer vi gå in djupare på under arbetets gång.

MATEMATISKT SPRÅK

För att förstå det matematiska språket krävs det att matematikern kan kommunicera och navigera med hjälp av matematiska begrepp, symboler, bilder, fraser och ord. Matematiken är konstruerad och kommuniceras med hjälp av matematiska resonemang enligt Skolverket (2016, s.1). Lärarens ansvar i sin undervisning är att hjälpa eleverna utveckla en förtrogenhet med matematikens uttrycksformer. Skolverket (2016, s. 8) menar att elever på så sätt ska lära sig att kommunicera matematik i vardagen och koppla ihop matematiska sammanhang.

LÖSNINGSMETODER

I de allra flesta problemuppgifter kan man använda sig av olika lösningsmetoder. Från att beräkna i olika ordning till att komma fram till samma svar med hjälp av olika räknesätt. Skolverket (2014, s. 1) belyser hur viktigt det är att fostra en insikt hos eleverna så att de kan uppmärksamma olika metoder med hjälp av sin taluppfattning och förståelse av operationerna. Genom att använda fantasi och mönster som resurser utvecklar eleven sin förmåga att använda sig av olika lösningsmetoder (ibid).

1.2 Syfte

Idag läser elever texter i böcker, skriver arbeten och skickar meddelanden till varandra på sociala medier. Texter är till stor del ej främmande för elever då de stöter på sådana konstant i sin vardag. Även i skolämnet matematik möter eleverna på texter i så kallade problemlösningar. Här får eleverna inte reda på hur de ska gå tillväga när de ska bearbeta problemet. Eleverna får istället ledtrådar i uppgiftstext. Av dessa ledtrådar ska eleverna sedan kunna göra en eller flera beräkningar och ge ett svar på problemet. När det kommer till matematiska problemlösningar har vi under vår praktik uppmärksammat att många elever har svårt för att förstå och tolka hur de ska gå tillväga för att lösa uppgiften. Vi lade märke till att elever ofta tror uppgiften ska beräknas med en uträkning, när de i själva verket behöver göra flera beräkningar per uppgift. Det kan också vara så att eleverna har problem med att förstå uppgiften då läsförståelsen sätts på prov. Syftet med vårt arbete är att få en bättre inblick i vilken betydelse språket har för elevernas problemlösningsförmåga i matematik.

1.3 Frågeställning

Vår frågeställning för denna litteraturundersökning är: “Vilken betydelse har språket i matematikuppgifter för elevernas problemlösningsförmåga?”

2. Bakgrund och tidigare forskning

2.1 Skolans mål

Av "Läroplan för grundskolan, förskoleklass och fritidshemmet" framgår att elever ska få kunskap angående matematik samt om matematikens användningsområden i vardagen. Undervisningen ska även ge eleverna ett intresse för matematik. Vad gäller problemlösning området ska eleverna lära sig strategier för problem som kan uppkomma i vardagen (Skolverket, 2019).

I kommentarmaterialet, som är ett komplement till LGR 11 för att stödja lärare, preciseras att undervisningen i matematik ska ge eleverna möjlighet att utveckla tillvägagångssätt för att kunna beskriva och tolka situationer samt lösa matematiska problem. Detta gäller generellt för alla områden inom matematiken. Undervisning i matematik ska vidare ge eleverna verktyget med hjälp av vilka de ska kunna utnyttja sin kunskap i matematik vidare i sin utbildning (Skolverket, 2017, s. 5).

Enligt Skolverkets kommentarmaterial (2017, s. 7) till matematikavsnittet i LGR 11 har kursplanen en tydlig inriktning på problemlösning då detta är centralt inom matematiken. Problemlösning omfamnar många olika områden i matematiken, metoder, begrepp, resonemang kring matematik osv. Genom problemlösning lär sig elever också att värdera rimligheten i deras resultat. Problemen som eleverna stöter på kan vara utformade på olika vis. Det kan vara inom egna intressen, fantasier eller verkliga situationer. Ibland uppkommer det problem inom specifika områden, det anges även att problem kan sakna direkta kopplingar till vardagen.

2.2 Matematik kopplat till läsförståelse

Brandell (2009, s. 6) har gjort en studie angående läsförståelsens kopplingar till matematiken. I hennes studie hade hon olika elevgrupper från gymnasiet samt högskolor som fick läsa olika texter. En text tillhörde ämnet historia, vilket båda grupperna fick läsa medan den andra texten tillhörde ämnet matematik. Texten angående matematik var annorlunda för båda grupperna medan själva innehållet var likadant; det som var annorlunda var hur texterna såg ut för läsaren. Halva gruppens matematiska text använde sig av symboler medan andra halva gruppens text inte använde sig av symboler. Man fann en korrelation i undersökningen mellan de som läste texten från historia och de som läste matematiktexten utan symboler. De som fick goda resultat angående historietexten fick även goda resultat av matematiktexten utan symboler. Det framkom även att de som fick svagare resultat i ena texten fick detta i den andra texten oavsett vilken grupp eleverna satt i. Vad det gäller gruppen som läste matematiktexten med matematiska symboler kunde man inte se en korrelation inom denna grupp som i den föregående. Detta innebär att som läsare använder man sig av en annan lässtrategi när texter innehåller symboler än när den endast innehåller ren text. Läsförståelsen visade sig vara av högre kvalité för den gruppen som läste matematiktexten utan symboler än vad det gällde den matematiska texten med symboler (ibid).

2.3 Matematiska metoder och studier

Möllehed (2001, s.17) påvisar att det inom matematikundervisningen bör läggas större vikt vid problem som fordrar att problemlösaren kombinerar olika metoder. Det påvisas också att en problemuppgift som kräver en ny kombination av matematiska metoder, men även har många förgreningar kräver en hög grad av självständighet och logisk tankegång. Vidare beskriver Möllehed (2001, s.145) hur elever bromsas i sin utveckling avseende matematik i skolsystemet. Möllehed menar att det hade stimulerat elever mer om det hade funnits privatskolor för matematik i samma omfång som det finns privatskolor för idrott, hästsport, musik, etcetera. På så sätt menar han att undervisningen blir mindre årskursbunden som i sin tur stödjer eleven i sin kognitiva utveckling, dock inte i alla ämnen, men inom matematik lyfter han vikten av hur högt värdet kan vara.

Lärare utan rutin kan tendera till att bortse från elevens egen tankegång och tvingar på eleven sitt egna tankesätt enligt Möllehed. Det kan vara helt främmande för eleven men det är lärarens uppgift att identifiera elevens svårigheter inom matematiken och ange orsaken till dessa svårigheter. Det finns flera olika metoder att utföra en beräkning på, det är upp till läraren att förmedla dessa metoder till eleverna, vilket i sin tur skulle kunna medföra att eleverna själva kan välja den metod de anser att de behärskar.

2.4 Internationell studie

I en internationell studie beskriver Engvall och Kreitz-Sandberg (2015, s.3) hur upplägget är i de japanska klassrummen. Japan är ett land som ständigt hamnar högt upp i olika internationella studier. I PISA från 2012 fick Japan en topplacering inom ämnet matematik. Enligt Engvall och Kreitz-Sandberg (2015, s. 82) lägger lärarna i Japan fokus på några enskilda matematiska problem under en hel lektion där hela klassen fokuserar gemensamt på problemen. Lärarna i Japan vill, enligt samma studie, fokusera på många olika lösningsstrategier med diskussion i helklass för att utveckla elevernas tankeprocess, samt använda tavlan på ett sätt som gynnar eleverna. I några klassrum som Engvall och Kreitz-Sandberg studerade fanns det fokus på elevernas egna lösningsförslag. Vidare beskriver Engvall att läraren förespråkar att eleverna använder sig av sina egna ord när lösningarna presenteras för att skapa förståelse för sig själva och för att gemene klasskamrat ska se resonemang utifrån andra perspektiv. De andra klasskamraterna får sedan, i vissa fall, återupprepa det som kamraten har sagt och skapa en förståelse för det resonemanget. I årskurserna 1-3 får eleverna arbeta enskilt med uppgifterna för att sedan i högre ålder, åk. 4-6, börja arbeta i mindre grupper för att samtala kring uppgiften. Engvall och Kreitz-Sandberg (2015, s. 84) skriver om hur eleverna får presentera sina lösningar. Detta görs från deras skolbänk eller vid tavlan. Eleverna får presentera olika strategier som de har använt sig av. Detta är läraren förberedd för. Hen har själv tagit fram olika lösningar för att visa sina elever. Det görs för att eleverna själva ska kunna använda sig av den lösningsstrategi de själva anser passa just dem.

2.5 Rika problem

Dahl (2011, s. 33) beskriver vad ett problem inom matematik innebär. För att få kallas ett problem ska inte problemlösaren veta hur hen ska ta sig an uppgiften. När uppgiften är löst är det inte längre något problem. Han fortsätter med att introducera begreppet "rika problem". Uppfyller en uppgift kraven för att vara ett problem samt innefattar de olika kriterierna för att vara ett rikt problem anser Dahl (2011, s.35) att dessa problem kan stimulera eleven kreativt samt att de får visa sina matematiska förmågor.

För att benämnas som ett rikt problem finns det sju kriterier som bör uppfyllas:

- Problemet ska introducera till viktiga matematiska idéer. Problemet ska ge elever betydelsefulla matematiska idéer.
- Alla ska ha möjlighet att förstå samt arbeta med problemet.
- Elever ska känna sig utmanade, behöva anstränga sig samt att problemet ska tillåtas att ta tid för elever.
- Det ska finnas flera tillvägagångssätt att lösa problemet med olika ideer och representationer.
- Problemet ska kunna initiera matematiska resonemang utifrån elevernas skilda lösningar, ett resonemang som visar på olika matematiska idéer.
- Problemet bör kunna användas som brobyggare.

- Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem

Dahl är dock en aning kritisk. Det finns enligt honom många “bra” problem som stimulerar den matematiska förmågan utan nya begrepp eller nya matematiska idéer. Ett bra problem enligt Dahl (2011, s. 34) bör ha dessa infallsvinklar:

- Problemet är lätt för eleverna att närma sig, “accessible”
- Aktiverar och tränar nya tankevägar samt har utvecklingspotential
- Kunna leda till avslöjande till nya matematiska upptäckter
- Uppgiften ska vara av en högre svårighetsgrad vilket i sin tur utvecklar kunskapen inom matematik för eleven

Det är vanligt att undervisning i matematik sker med så kallad “tyst räkning”. Eleverna sitter med sina böcker för att räkna uppgift för uppgift. Detta är något som Dahl (2011, s. 35) lyfter med TIMSS-rapporten från 2007. Där uppger lärare att 61% av undervisningstiden i matematik går åt till tyst räkning. Denna studie går att stödja med en annan undersökning (ibid) som gjordes 2005 - 2006 där 700 grundskolelärare i Sverige ingick. Lärarna fick frågan: “Vilken undervisningsmodell passar bäst in på dig och din klass?”. Ca 60% av lärarna svarade att de använder sig av självständigt arbete med läroböcker. Problem som har valts ut av lärare för att arbeta med under lektionen var det endast ⅕ av lärarna valde denna metod. Vad har då detta att göra med hur elever arbetar med problemlösning? En möjlig förklaring till att man inte har lyckats att implementera i undervisningen kan vara lärares okunnighet och rädsla att gå ifrån de traditionella ramverket, enligt Dahl (2011, s. 36). Dahl menar att lärare tror att problemlösningsuppgifter endast passar de elever som har kommit längre i sin matematiska utveckling och därmed tar tid från de elever som kan behöva lite extra stöttning.

3 Metod

I följande avsnitt anger vi hur vi gick tillväga för att få fram en stark grund till vårt arbete. Vi kommer att uppge vilka databaser vi har använt oss av för att hitta relevanta tidskrifter och artiklar samt varför vi valde just dessa sökmotorer och sökstrategier under vårt arbete.

3.1 Databaser

Med hjälp av Eric, Swepub och Libris har vi sökt efter relevanta tidskrifter för att gräva oss djupare in i vår frågeställning. Alla referenser vi använder i vårt resultat har genomgått *peer review*, vilket innebär att artiklarna är granskade av andra forskare. När vi har sökt på de olika sökmotorerna har vi fått använda oss av olika söksträngar eftersom vi i annat fall får väldigt många resultat. Den sökmotorn vi fann mest resultat på var SwePub.

3.2 Sökstrategier och urval

I databasen Eric använde vi oss av Boolesk sökning för att nå artiklar som omringar vår frågeställning så nära som möjligt. Det innebär att en rad av finfördelad index används i söksträngen för att komma så nära relevant forskning som möjligt (Barajas, 2013). Med Boolesk sökning använder man sig av funktioner i form av ord mellan varje sökord. Dessa funktioner är AND och OR. Detta för att smala ned sökningen till så relevanta resultat som möjligt. Med AND inkluderas alla sökord i söksträngen. Denna funktion använde vi oss av mest på Eric då tidsskrifterna inom matematik är väldigt breda och behöver ett starkt filter. Funktionen "OR" inkluderar minst ett av orden i söksträngen men inte nödvändigtvis alla. Det gör att sökresultaten blir flera och på så sätt gjorde det svårare för oss att hitta relevant forskning. Ett exempel från vår sökning på Eric var "mathematic AND problemsolving OR problem-solving". På så sätt fick vi fram artiklar som kopplades ihop med vår söksträng vars innehåll bestod av "mathematic" och "problemsolving" alternativt "problem-solving" ifall en författare valt att trunkera.

Vi har även varit i kontakt med en lärare på Halmstad Högskola, Caroline Nagy. Nagy utbildar lärarstudenter på högskolan i matematik. Hon har hjälpt oss att ta fram avhandlingar av relevans för vår studie. I stor utsträckning har vi valt att hålla oss till en relevant och nyare forskning. Med relevant forskning menar vi forskning som förhåller sig till matematiska språket och problemlösningsuppgifter. I vår resultatdel har vi enbart använt oss av referenser som är från tidigast år 2007. Detta för att använda en så uppdaterad forskning som möjligt då skolvärlden har utvecklats och förändrats innan och efter den nya läroplanen trädde i kraft år 2011. Anledningen till att vi inte tagit artiklar tidigare än år 2007 är att vi vill hålla oss nära år 2011 i vår forskningsöversikt. Vi har i största möjliga mån sökt efter relevanta artiklar som är skrivna efter år 2011 för att kunna förhålla oss till den nya läroplanen. De sökord vi har använt oss av är *problemlösning, matematik, matematikproblem, skolan, mathematical, reasoning reading, sixth-grade, students, paraphrasing, problem-solving, math, mathematic, task solving, problem-solving, Japan, education.* I Tabell 1 nedan tydliggörs hur vi har kombinerat dessa ord till söksträngar, datum, databas, antal träffar, avgränsningar samt hur många urval som gjordes. Nedan i Tabell 1 presenteras våra söksträngar, urval samt källor. Av "Bilaga 1" framgår det hur de olika texterna skiljer sig från varandra samt vilka inklusionskriterier vi har använt oss av.

Tabell 1

Datum	**Källor**	**Söksträng/Sökord**	**Antal träffar**	**Urval**	**Manuel/relevant sökning**
2019-11-15	SwePub	Matematikproblem AND Skolan	2	1	
2019-11-15	SwePub	Mathematical AND reasoning reading	6	1	
2019-11-15	Eric	Sixth-Grade AND Students AND Problem-Solving	142	1	
2020-01-03	Eric	Paraphrasing AND Problem-Solving (2007-2019)	12	1	
2019-12-04	Libris	matematik problemlösning	20	3	
2019-12-04	Caroline Nagy			2	X

2019-12-17	Yukiko Asamil-Johansson			1	X
2019-11- 18	Högskolan i Halmstad Bibliotek			1	X

Tabell 2

Tabell 2 visar vilka kategorier vi har utgått ifrån vad det gäller urvalet. För att se vilka författare som hamnat under vilken kategori se **Bilaga 1**.

Inklusionskriterier	Förklaring
Elevers resonemang inom problemlösningsuppgifter i matematik	Vi har valt att samla in avhandlingar vilka har med elevers resonemangsförmåga att göra eftersom de går hand i hand med hur elevers problemlösningsförmåga ser ut.
Språket i problemlösningsuppgifter inom matematik	Eftersom vi ska studera hur språket påverkar elevernas problemlösningsförmåga är det centralt att vi använder oss av avhandlingar där språket i matematik tas upp.
Korrelation mellan läsförmåga och problemlösningsresonemang	Eftersom vi ska analysera hur språket påverkar elevers problemlösningsförmåga behöver vi se hur läsförmågan och problemlösningsförmåga hänger ihop
Lärarens roll inom problemlösningsuppgifter	Vi vill se hur språket i matematikuppgifter påverkar elevers problemlösningsförmåga därför måste vi ha med lärarens roll. Detta eftersom lärare är en stor roll i elevers lärande.

4. Resultat

I detta avsnittet kommer vi ge svar på vår frågeställning: *"Vilken betydelse har språket i matematikuppgifter för elevernas problemlösningsförmåga?".* Vi fokuserar på är hur stor roll språket har i matematikundervisningen i skolan och hur språket påverkar resonemangsförmågan för eleverna. För att förstå hur språket påverkar elevers problemlösningsförmåga diskuterar vi också elevers resonemangsförmåga.

4.1 Lärarens trygghet i det matematiska språket

I Taflings studie (2007, s.22) studerade hon fem lärare och deras elever på två olika skolor. Av de fem lärarna var tre manliga och två kvinnliga kollegor i varierande åldrar från 30 till 60 år. De undervisade i matematik i årskurserna 7, 8 och 9. Dessa lärare skulle ingå i en treårig studie som är byggd på forskningsstudien "Rika problem i matematikundervisningen", tidigare nämnd av Dahl (2011). Tafling (2007, s.216) kom fram till att lärarens egna erfarenheter spelar en stor roll om läraren använder sig av problemlösningar i sin undervisning. Om läraren känner sig trygg i att arbeta med problemlösningsuppgifter har läraren en god relation till att undervisa i problemlösning; vilket i sin tur gör att eleverna får mer övning inom problemlösningsuppgifter. Det omvända gäller också, har läraren en sämre relation till problemlösningsuppgifter använder läraren sig gärna av färre problemlösningsuppgifter i sin undervisning. Ett särskilt problem uppstår om läraren har svårt att välja problem som passar för hela gruppen när undervisningen planeras. Undervisningen ska skapa ett klassrumsklimat där lärande och samtal fungerar för alla. Detta blir problematiskt eftersom skolan ska vara till för alla elever (Tafling 2007, s.22). Det kan i sin tur bidra till att lärarna blir osäkra på just problemlösningsområdet inom matematiken. Enligt Segerby (2017, s. 31) finns det lärare som anser sig ha en mindre kunskap när de ska undervisa inom det matematiska språket. De vet inte hur de ska gå tillväga. Detta är i sin tur problematiskt eftersom matematikuppgifter ofta kan vara multimodala och kort skrivna. Därför finns det få ledtrådar för eleverna att använda sig av i uppgiften. Det gör att läsningen inom det matematiska ämnet skiljer sig från läsning i andra ämnen (ibid).

4.2 Läsförståelse kopplat till matematik

För att elever ska kunna lära sig matematik behöver elever förstå hur de ska arbeta när det kommer till problemlösningar. Enligt Segerby (2017, s. 110) finns det många forskare som anser att just resonemangsförmågan är av stor vikt för att elever ska kunna få kunskap inom matematik. Segerby menar att detta har en central roll i många länders läroplaner där bland annat Sverige ingår. Enligt Segerby (2017, s. 31) har forskarna Jordan, Hanich och Kaplans undersökning hittat en korrelation mellan de elever som har en mindre utvecklad läsförmåga med de elever som har både en mindre utvecklad läsförmåga, och en mindre utvecklad matematisk förmåga. Som vi nämnde i stycket ovan anser många lärare att de saknar den nödvändiga kunskapen för att undervisa inom det matematiska språket. Eftersom det finns en korrelation mellan elevers läsförmåga och matematiska förmåga är detta problematiskt. Sambandet uppstår redan i årskurs 4 och fortsätter vad man tror genom resterande del av skoltiden (Segerby 2017, s. 110).

4.3 Textavkodning

Segerby (2017, s. 32-33) beskriver hur vi i västvärlden läser från toppen till botten och från vänster till höger när vi avkodar olika texter. I matematikens värld behöver det inte nödvändigtvis se likadant ut. I matematik behöver man inte enbart kunna avkoda från vänster till höger eller uppifrån och ner. Personen behöver även kunna läsa av från höger till vänster, från toppen till botten men även tvärtom när de kommer till tabeller och även diagonalt. När mottagaren läser texter behöver mottagaren förstå att de är symboler som uttrycker vårt språk när vi avkodar. Mottagaren behöver även förstå att varje bokstav är en symbol för de olika ljuden vi avger när vi talar. En annan viktig del i det matematiska språket är att det finns mycket olika matematiska symboler som vi inte stöter på i vardagen. Att avkoda dessa symboler är mer komplex än det traditionella skrivspråket, eftersom det innebär att mottagaren måste översätta symbolerna till ord och vice versa. När nivån höjs på matematik uppgifterna måste eleverna kunna kombinera grafer, diagram och andra matematiska angelägenheter till texten i helhet. Det visar sig att elever presterar 10 - 30 % sämre när de arbetar med uppgifter i textform än om de ska beräkna uppgifter där uppställningen redan är angiven. Generellt sett behöver man, enligt Segerby kunna 95 % av orden i en text för att kunna förstå den. Detta gäller dock inte i matematik, i matematiken behöver läsaren ofta förstå alla orden.

Detta eftersom texten i matematikuppgifter ofta är korta och komplicerade. En viktig bit i det matematiska språket är att förstå symboler såsom +, -, ×, ÷ osv. Dessa symboler behöver elever förstå för att klara av läsförståelsen i matematiken dock, säger Segerby att det ofta är oklart hur de matematiska symbolerna är inkluderande i det matematiska språket (ibid). I en undersökning av Szabo (2017, s.99) upptäckte han att starka elever inom matematik använde sig av en liknande teknik för att lösa en problemlösningsuppgift. Szabo nämner att eleven först orienterar sig i uppgiften innan hen börjar utföra en beräkning. Därefter bearbetar eleven uppgiften baklänges och applicerar matematikens principer för att sedan kontrollera att svaret hen fått fram är logiskt när den är ställd mot uppgiftens fråga.

Swanson och Kong (2019, s. finns ej sidor) nämner vikten av hur elever kan skriva om uppgifterna de får till sin egen text. Det förekommer ofta uppgifter inom problemlösning där elever måste läsa en, för matematiken, längre text. I uppgiften finns det information som inte är nödvändig samtidigt som det finns information som är viktiga för att lösa problemet. I en undersökning som Swanson och Kong studerade, fann de att elever skriver om problemlösningsuppgifter till sina egna texter. Dessa elever tog bort de ord som inte var relevanta för att lösa uppgiften. De använde sig enbart av den relevanta informationen de hade fått i problemformuleringen. Det visade sig att dessa elever fick bättre resultat än den grupp elever som inte gjorde omformuleringen (ibid).

4.4 Resonemangsförmåga kopplat till språket

Jäder (2015, s. 14) skriver om elevers resonemangsförmåga. För att en elev ska ha resonerat kring en uppgift bör några krav uppfyllas. Eleven bör ha använt sig av ett nytt resonemang, hur eleven har gått till väga för att lösa uppgiften ska vara medvetet och motiveras med argument som styrker valet. Eleven behöver inte komma på ett helt nytt resonemang utan det ska vara en anspråkslös lösningsmetod som har skapats av eleven.

Tafling (2007, s. 33) beskriver att elever inte enbart bör arbeta med problemlösning som oftast förekommer i läroböcker. De ska även få lösa andra problem som läraren själv har kommit med. En viktig del i att lära sig problemlösning, både språket samt resonemang, är att eleverna får arbeta med uppgifter som ligger eleverna nära, vilket de då lättare kan relatera till. Problemet ska ge eleverna möjlighet att välja en strategi samt låta eleverna vara kreativa. Tafling fortsätter med att ange vikten av att betona flera lösningar på problemlösningsuppgifter. Det traditionella är att låta elever gå fram till tavlan för att visa sin lösning eller att läraren visar lösningen, detta ger resterande elever en bild av att detta lösningsalternativet är det enda rätta. Eleverna behöver få kunskapen om att andra räknesätt finns tillgängliga. Eleverna bör själva kunna bestämma vilket tillvägagångssätt som de själva anser passa just dem bäst (ibid).

Enligt Jäder (2015, s. XII) finns det elever som har svårt med matematiken på grund av den utantillinlärning som sker på många skolor. Om denna metod utgör grunden för matematikundervisningen riskerar elever att förlorar sin förmåga att resonera när de får problemlösningsuppgifter. Elever lär sig nästan mekaniskt när det kommer till utantillinlärning. De får färdiga uppställda tal i böckerna, som de ska räkna ut. De får inte själva resonera vilka tal som ska användas för att få fram det eftersökta svaret. Jäder (2015, s. 1) beskriver också att elever som har fått utantillinlärning ofta har svårare att koppla sin kunskap till nya situationer. Det blir alltså svårt när dessa elever får en ny typ av uppgift som de inte känner till eftersom de inte har övat på just sådana beräkningar sedan innan. Denna kunskap heter "*procedurella kunskaper"* vilket betyder att eleven lär sig regler som de kan applicera på uppgiften. Eleven förstår dock inte alltid vad hen gör eller varför. Konceptuell kunskap innebär att kunskapen går att koppla till olika sammanhang (ibid). Procedurella kunskapers tillvägagångssätt säger emot Szabo (2017, s. 41) som menar att elever vid beräkning av problemlösningar i flera fall kräver att de använder sig av tidigare erfarenheter, kunskaper och tolkningar av slutsatser. Detta innebär att uppgifter såsom problemlösningar kräver kunskaper kring det matematiska språket vilket gör att eleven kan tolka vad uppgiften går ut på (ibid). Sidenvall förklarar (2019, s.9) att om eleverna möter och löser problemlösningsuppgifter i undervisning får de större möjlighet att utveckla sin matematiska förståelse än en undervisning som betonar imitation. Det innebär att elevernas tankesätt kan sträcka sig längre än isolerade idéer och gör det möjligt för dem att testa hypoteser, motivera och utvärdera sina slutsatser, vilket Sidenvall också påpekar den stora betydelsen av då det gäller lösning av problemuppgifter. Enligt studier som Sidenvall hänvisar till erhåller elever, som mestadels arbetar med problemlösningar, bäst resultat i världen. Detta på grund av att de har en djupare förståelse för det matematiska språket och uppbyggnaden (ibid).

Bostic, Pape och Jacobbe (2016, s.31) har gjort en studie på elever i årskurs sex i USA. De beskriver att problemlösningsuppgifter är kluriga eftersom lösningen på problemet inte framkommer direkt i frågan. Eleven får istället själv komma på hur hen ska komma fram till lösningen. Problemlösning kan bli en svårighet eftersom eleven inte direkt vet vilket tillvägagångssätt som bör användas vid den matematiska uträkningen. Författarna konstaterar att det finns en stor oro för hur man ska integrera problemlösningsundervisning i den traditionella matematikundervisningen (ibid).

Sidenvall (2019, s.12) utvecklar en "matematisk världsbild" utifrån elevens perspektiv genom att förklara vilket matematisk beteende och vilken matematisk förståelse hen har. Sidenvall förklarar hur den negativa strukturen hos elever ofta ser ut. Elevernas förutfattade meningar gällande svar inom matematik är att inom just matematiken finns det bara ett rätt svar och att det endast finns ett sätt att lösa problemuppgifter på, som ofta är den senaste metoden läraren gått igenom med klassen. En annan fördom som elever har är att man ägnar sig åt matematik ensam och inte i grupper, par eller helklass. Sidenvall belyser också en missförstådd myt att elever tror att matematik inte är för "vanliga elever", det vill säga, som vi nämnt tidigare, att matematik lär man sig mekaniskt och via memorering. Dessa olika typer av missförstånd kring matematik försvårar en kunskapsutveckling där eleven själv hittar en egen förmåga till att skapa egna lösningsmetoder. Formativa bedömningar kan vara ett starkt verktyg för elever som har svårigheter med problemlösningar, anser Sidenvall (2019, s14). Under en formativ bedömning, samt efter formativa problemlösningsundervisningar, använder sig läraren av frågor som ska stödja elevens problemlösande. Eleven behöver matematisk stimulans för att nå egna lösningar istället för att bli styrd mot färdiga lösningsmetoder (ibid).

Enligt Sidenvall (2019, s.22) ska elevers svårigheter med matematik inte underskattas genom att presentera enklare lösningar. Elevens svårigheter kan bero på att förståelsen antingen är felaktig eller inte har utvecklats fullt ut. Sidenvall menar på att man kan använda sig av svårigheterna som en lärandeprocess för att elevernas matematiska förståelse ska utvecklas. Läraren kan dock förenkla undervisningen på ett ytligt sätt och utjämna elevens svårigheter. Detta innebär, enligt Sidenvall, att vid denna förenkling presenteras algoritmer för eleven som gör att hen klarar av uppgifterna som hen precis hade svårt för, utan att hens matematiska förståelse behövts utvecklats eller sättas på prov.

Jäder, Sidenvall och Sumpter (2016, s. 761) beskriver hur elevers tro på att de faktiskt kan lösa uppgifter kan vara av en stor tillgång för eleverna. Elevers ihärdighet kan vara en stor tillgång för att elever inte ska ge upp när de löser problemlösningsuppgifter. De fortsätter att berätta om den motiverande tron. Det går att koppla ihop med skolan. Till exempel så vill lärare att eleverna har en motiverande tro på att de kommer klara upp uppgifterna. Jäder, Sidenvall och Sumpter (2016, s. 762) skriver om hur elever använder sin rutin när det kommer till rutinuppgifter, det vill säga uppgifter som de har använt sig av tidigare. Forskning som Jäder, Sidenvall och Sumpter (2016, s. 761) arbetar utifrån visar att elever i matematik anser det viktigare att memorera matematik än att tänka matematiskt. När elever möter problem som de inte har arbetat med tidigare visar det sig att eleverna i högre grad använder sig av sin egna resonemangsförmåga (Jäder, Sidenvall och Sumpter, 2016, s. 761). Asami-Johansson (2015, s. 5) nämner i sin studie att det viktigaste är att skapa ett gott klassrumsklimat med en matematisk diskurs som ger elever en ökad motivation för att arbeta med matematik. Eleverna bör bli aktiva matematiska elever som är delaktiga i matematikundervisningen. Vidare beskriver författaren hur språket i matematiska diskurser utvecklas ju mer det används. Med hjälp av förståelse för siffror och geometriska figurer till att applicera tidigare kunskap i nya situationer förstärks självförtroendet hos eleven. Eleven kommer då kunna observera en geometrisk figur och uttrycka sig i matematiska termer, binda det i ekvationer och bearbeta det som ett matematiskt objekt (Asami-Johansson, 2015, s.49).

4.5 Orimligt hög nivå på språket i matematik

Theens (2019) har gjort en undersökning på hur språket har en påverkan vad det gäller matematiska uppgifter i Sverige, England och Tyskland. Hon undersökte med hjälp av DRA *(demand of reading ability)* vilket betyder "krav på läsförmåga". Hon ville undersöka hur många uppgifter som har en orimligt hög nivå på språket i matematik (2019, s.VI). Författaren anger att det finns många olika åsikter om hur matematiken förhåller sig till språket. Hon framhåller att det är en vanlig uppfattning att språket i matematik är något som elever måste lära sig som ett nytt språk. Elever behöver lära sig kodning och avkodning samt symbolernas ordning. I och med att matematik har sina egna symboler ses det som ett eget språk. Det finns dock de som säger att matematik inte ska ses som ett nytt språk. Att lära sig det matematiska språket är en del i helheten av att lära sig matematik. Det behövs en speciell matematisk läsförmåga i matematiken (Theens, 2019, s. 4). När Theens (2019, s.21) presenterar sitt resultat ser hon att det inte finns någon korrelation mellan uppgifternas språknivåer. Dock ser hon att i Tyskland finns det en högre grad av uppgifter där språket är av en onödigt hög förmåga. Det fanns även i England och Sverige men inte i en lika stor utsträckning. Theens fortsätter att berätta om hur eleverna gått tillväga genom svårigheterna i uppgifterna för att komma fram till respektive lösningar. Där ser hon att en korrelation mellan beräkningen samt informationen i uppgiften överensstämmer med varandra. Informationen var då tydlig att det för eleverna var enklare att beräkna uppgiften (ibid).

I Sverige kunde Theens (2019, s.22) se att elever läste några meningar flera gånger, de hade svårt att uttala ordet eller att eleverna gjorde läsfel av ord bland de uppgifterna där det fanns en onödig hög läsförmåga. Då såg hon att dessa uppgifter hade för höga krav när det kommer till att läsa. Eleverna fick alltså inte möjlighet att lösa uppgifterna med deras matematiska kvalifikationer utan deras läsnivå var inte på samma nivå som texten i uppgiften var och där av brast deras läsförståelse. Deras kunskaper i matematik kan ha varit på en högre grad än matematiken som förekom i uppgiften. Det var alltså läsningen som satte stopp för att eleverna skulle kunna fullfölja uppgiften.

Dyrvold (2016, s. 1) beskriver hur de matematiska språket inte går att ta på. Hon säger att de matematiska språket är abstrakt. Till exempel är additionssymbolen inte något som går att ta på utan en symbol, ett matematiskt objekt. Dyrvold (2016, s. 2) vill med sin avhandling ge en tydlig bild för svårigheterna kring textuppgifter i den matematiska undervisningen. I sin studie ser Dyrvold (2016, s. 41) att det inte nödvändigtvis behöver vara svåra ord i matematikuppgifter, att ordens svårighetsgrad riskerar att göra elevernas lösningsförmåga sämre. De ord som dock ej bör användas i en matematikuppgift är ord som är ovanliga både i det vardagliga språket och inom matematiken. Finns dessa ord i uppgiften finns det en ökad risk att eleverna prövas på deras läsförmåga istället för deras matematisk förmåga (Dyrvold, 2016, s. 63). Hon ser också att uppgifter med flera tecken, där eleverna behöver kombinera dessa, gör det svårare för eleven att finna en lösning. Där eleven måste avbilda uppgiften i texten är något elever har stora svårigheter med enligt Dyrvolds studie. Dock gäller detta enbart för uppgifter som förekommer i PISA-undersökningen. Vad det gäller uppgifter i de svenska ämnesproven kan man inte se detta samband

Dyrvold (2016, s. 61). Vad det gäller uppgifter med många olika matematiska tecken ser Dyrvold (2016, s. 62) att dessa uppgifter är svåra men nödvändiga i den matematiska inlärningsprocessen.

4.5 Resultatsammanfattning

Taflings (2007) angående lärarnas förhållningssätt till problemlösningsuppgifter visar det att elever med lärare som känner sig trygga till att undervisa inom problemlösning gärna undervisar detta för sina elever. Lärare som känner sig mindre trygga med problemlösningsuppgifter låter inte sina elever arbeta med den typen av uppgifter i en lika hög grad. Segerby (2017) skriver att det finns lärare som anser sig sakna kunskapen att undervisa i det matematiska språket. De vet inte hur lärprocessen ska gå tillväga. Segerby fortsätter med att det finns en korrelation mellan elever vars läsförmåga är mindre utvecklad även har en mindre utvecklad matematisk förmåga.

Enligt Segerby (2017) är de matematiska språket komplicerat. I en traditionell västerländsk text läser vi från vänster till höger. I de matematiska språket behöver uppgiftslösaren inte enbart kunna kunna läsa från vänster till höger utan även uppifrån och ner, diagonalt men även höger till vänster. Uppgiftslösaren behöver även lära sig de olika symbolernas betydelse. Det kan vara komplext att avkoda dessa olika symboler eftersom personen måste översätta dessa symboler till ord och vice versa. Elever presterar 10 - 30 % sämre när de arbetar med uppgifter i textform än när de arbetar med färdiguppställda tal. Enligt Segerby (2017) behöver man kunna 95 % av orden i en “vanliga” texter. I matematiken behöver man kunna alla ord eftersom uppgifterna är korta därav är de viktigt att förstå alla orden. Enligt Swanson och Kong (2019) kan det vara en fördel för elever att skriva om uppgiften eleverna arbetar med. Detta för att få bort alla onödiga ord och enbart fokusera på de ord som är av vikt för att kunna lösa uppgiften.

För att elever ska använda sig av resonemang behöver de enligt Jäder (2015) visa hur de har gått till väga, kunna argumentera varför de gjort som de gjort samt använda sig av ett anspråkslöst tillvägagångssätt. Tafling (2007) fortsätter att förklara att elever inte enbart behöver arbeta med problemlösningsuppgifter från deras matematikböcker. Eleverna bör känna en relation till uppgifterna de arbetar med för att stärka deras resonemang men även den språkliga biten. De ska även få en förståelse att man kan lösa uppgifterna på flera vis, det finns inte endast ett rätt lösningsstrategi.

Jäder (2015) beskriver att elever som lär sig matematik utantill, alltså inte förstår varför de gör som de gör. Dessa elever har svårare att kunna applicera sin kunskap på problem de inte stött på tidigare och där av inte lärt sig genom utantillinlärning hur de ska lösa uppgiften. Denna kunskap heter "*procedurella kunskaper"*.

Enligt Sidenvall (2019) är elevers förutfattade meningar inom matematiken att det enbart finns ett svar samt att det enbart finns ett sätt att lösa uppgiften, vilket ofta är den metoden läraren senast gick igenom för klassen. Dessa förutfattade meningar hämmas för elevernas lösningsförmåga. Han fortsätter sedan med att elevers svårigheter inte ska underskattas, eleverna ska inte få enklare uppgifter. Använd istället detta till som en lärprocess för eleven. Vikten av att eleverna tror på sig själva är också av vikt för att kunna lösa problemlösningar enligt Jäder, Sidenvall och Sumpter (2016). I deras studie visar det sig att elever anser att det är viktigare att memorera matematik än att tänka matematiskt. Detta blir ett problem när elever möter nya uppgifter de inte känner till eftersom elever då använder sig av sin resonemangsförmåga.

Theens (2019) kunde observera att det finns en onödigt hög läsförmåga i uppgifter inom matematik. Detta såg hon i Sverige, England och Tyskland. Theens (2019) såg även att elever läste läste om meningar flera gånger, hakade upp sig eller läste fel när de läste svåra ord. Dessa uppgifter hade då för hög läsförmåga för de aktuella eleverna. Hon pratar även om att matematik är ett språk som eleverna måste lära sig på nytt. Eleverna behöver lära sig kodning och avkodning samt de olika symbolerna. Det finns dock de som anser att matematik inte är ett nytt språk.

5. Diskussion

I detta kapitel diskuterar vi *metod* och *resultat.* Metoddiskussionen handlar om de styrkor och utmaningar som vi har stött på under denna litteraturstudie. Efter det går vi in på för- och nackdelar angående de studier vi har valt ut. Resultatdiskussionen behandlar vårt resultat i relation till den bakgrund som vi har angett, vårt syfte och vår frågeställning.

5.1 Metoddiskussion

Vi studerar vilken betydelse språket i matematikuppgifter har för elevers problemlemlösningsförmåga. Genom denna litteraturstudie har vi hittat intressanta kopplingar. För att söka svar på frågeställning har vi samlat in, analyserat och diskuterat resultatet i flera olika genomförda studier där det mestadels ingår olika avhandlingar. Genom dessa olika studier har vi fått fram svar på vår frågeställning. Vi anser att genom vår söksträng har hjälpt oss att få fram rimliga studier att använda oss av. För att få flera sökträffar kunde vi ha utnyttjat funktionen “OR” och därigenom har vi kunnat använda oss av flera sökord. Vi hittade flera studier som var gjorda i Sverige av svenska forskare men även studier gjorda av svenska forskare i andra länder. Vi fick även hjälp av Carolina Nagy på Högskolan i Halmstad samt Yukiko Asami-Johansson från Högskolan i Gävle som har rekommenderat studier, vilket vi har tagit del av. En kritisk aspekt kring detta kan vara att läraren har en subjektiv syn inom det valda matematiska området och därav ge studier som hon anser speglar hennes syn inom det matematiska ämnet. Vi ansåg att studierna vi fick av läraren var av relevans för vår studie eftersom de hade en nära koppling till vår frågeställning och därav använde vi dessa i vår litteraturstudie.

En aspekt i vår sökning som kan vara problematisk är vår avgränsning gällande årsintervaller då vi valt forskning från och med år 2007. Detta kan ha lett till att vi har missat tidigare forskning som vi kunde använda oss av i vårt arbete. Det är en viktig aspekt att ha i åtanke. Det som är bra med att ha en ny forskning är att vi får de senaste undersökningarna som vi kan utgå ifrån i vårt arbete. Från början var tanken att vi skulle utgå från år 2011 eftersom den nya läroplanen kom detta år. När vi gjorde sökningar fick vi inte fram tillräckligt många relevanta studier och vi valde då att utöka vårt årsintervall. Det gjorde att vi fick fram ytterligare några studier som vi ansåg passade vår frågeställning. Trots att studierna var gjorda under den föregående läroplanen valde vi att använda oss av dem.

För att säkerställa att rätt studier valdes ut läste vi sammanfattningen och därefter sållade vi bland studierna. Vi har sökt efter olika studier var för sig och när vi hittade en studie som vi ansåg vara användbar gick vi igenom vad studien handlade om tillsammans och efter det fick medförfattaren läsa sammanfattningen och se om studien var användbar. Vi försäkrade oss om att avhandlingarna vi använde oss av belyste matematiska problemlösningsförmågor samt det matematiska språket. Vi bedömde även arbetets centrala begrepp för att se om de passade ihop med vår frågeställning. Eftersom det är vi själva som har valt ut respektive arbete kan vi möjligen ha valt bort arbeten som kunde vara av intresse enligt en annan läsare. Det är något vi alltid får ha i åtanke. Vi har med hjälp av kategorierna Tabell 2 förhållit oss till ämnen som har med vår frågeställning att göra. Det har gjort det enklare för oss att veta vilken information vi vill ha ut från de olika studierna.

Vi valde att i huvudsak arbeta med studier som är gjorda av svenska författare. Det är till fördel eftersom studierna då har utförts inom ramen för de svenska skolsystemet. Det hade varit av intresse att utöka söksträngen till att gälla den internationell forskningen. Detta hade gjort att vi hade kunnat få en bättre överblick från flera världsdelar som hade kunnat jämföras med de svenska studierna. Vi begränsade oss dock till den japanska modellen när det kommer till problemlösning eftersom Japan har under en längre tid har fått höga resultat i flera internationella studier. Ett annat land som hade varit intressant att studera närmare hade varit Finland. Det är intressant att Finland har så pass mycket bättre skolresultat jämfört med Sverige trots att våra länder ligger nära varandra och är lika varandra i många avseenden. Finland har precis om Japan haft goda resultat inom ämnet matematik i flera internationella studier.

Ytterligare en kritisk aspekt i vårt arbete är användningen av författarna Jäder och Sidenvall. Dessa författare refererar till varandra i sina avhandlingar. Enligt vår åsikt har de en liknande syn på hur elever ska ta sig an problemlösningsuppgifter. De kan alltså stödja sitt egna arbete med vad den andra har gjort och vise versa. Varför kan detta då vara ett problem? Eftersom de refererar till varandra kan det bli så att vi inte får en objektiv bild över det aktuella ämnet. Vi har även använt oss av en studie där Jäder, Sidenvall och Sumpter gör en studie tillsammans. Detta innebär alltså att vi har två studier gjorda av Sidenvall där han refererar till Jäder stundtals, en studie gjord av Jäder där han ibland refererar till Sidenvall samt en studie där dessa två arbetar tillsammans med Sumpter. En stor del av vårt material i *resultatet* är alltså kopplat till Sidenvall och Jäders resultat och åsikter angående ämnet.

Eftersom vi ska bli lärare för mellanstadiet hade det varit önskvärt att enbart använda sig av studier vilka är genomförda för elever på mellanstadiet. Sådana har dock varit svåra att hitta. Därför har vi fått använda oss av studier som är utförda på högstadiet och gymnasiet i vissa fall. Detta resulterar i att vår forskningsöversikt inte fokuserar på mellanstadiet, så som vi inledningsvis önskade. I stället omfattas elever i ett högre åldersspann. Detta måste tas i beaktande då studiens resultat appliceras på ett speciellt stadium. Vi har dock tagit med en studie som är genomförd på elever från mellanstadiet av amerikanska författare. Vi ville även få en bredare syn på problemlösning och inte enbart ta upp svensk forskning.

För oss var det en stor utmaning att gallra all resultat som vi fick på de olika sökmotorerna. I vissa fall fick vi väldigt många träffar vilket gjorde att vi fick tänka till angående våra sökord. Ibland fick vi dock väldigt få träffar när vi hade skalat ner våra sökord till mer specifika områden. Detta kan ha varit till fördel eftersom vi då får väldigt specifika resultat. Vår större utmaning var att få fram relevanta resultat i våra sökningar i de olika databaserna. Vi använde oss av samma sökning i de olika databaserna men fick antingen fram liknande resultat eller irrelevanta resultat. Det förekom studier som hade en intressant titel och sammanfattningen visade att studien kunde vara relevant, men vi kunde dessvärre inte få tag på hela texten. En annan svårighet som vi fick ta oss an var att hitta studier som var anpassade till just vår frågeställning. Vår förutfattade mening var att det skulle finnas en hel del material som skulle var användbart för oss inom vårt område, vi insåg dock ganska snabbt att det inte var så enkelt som vi hade hoppats. Vi använde oss av begrepp såsom *matematikproblem* och *reasoning reading* vilket kan anses som irrelevanta när man tittar på vår frågeställning. Tittar vi på ordet *matematikproblem* i skolan får vi fram data gällande matematiken i klassrummet. Det i sin tur går att koppla till vår frågeställning angående hur språket i matematik påverkar elevers problemlösningsförmåga. Tittar vi sedan på *reasoning reading* har vi kopplat ihop detta med matematik. Det gav oss data om hur elever resonerar kring den matematiska lässtrategier; vilket vi ville koppla samman med hur språket i matematiken påverkar problemlösningsförmågan.

I våra sökord har vi stort fokus på just matematik eftersom det är ämnet vår frågeställning berör. Vi har flera olika formuleringar kring just problemlösning. Detta eftersom det kan skrivas på flera olika vis. Vi vill ha med de formuleringar vi kunde tänka oss för att få fler träffar i olika undersökningar. Vi använder oss av både svenska och engelska formuleringar för att även här kunna täcka upp dels internationella studier samt svenska studier. Vi noterar att många författare skriver på engelska trots att deras första språk är något annat. Genom att använda engelska formuleringar kunde vi täcka ett större fält.

Det går att finna brister i vårt sätt att ta fram sökord. Att vi till exempel använde "*sixth-grade"* som ett sökord kan diskuteras. Vi har inte skrivit någonstans att vi enbart vill undersöka hur språket påverkar elevers förmåga till problemlösning i just årskurs sex. För att denna sökning ska vara godtagbar bör vi även använt oss av andra årskurser i våra sökord vilket vi inte har gjort. Ord som "*paraphrasing"* har inte med vår frågeställning att göra. *Paraphrasing* betyder omskrivning på svenska. Ordet förekommer inte i vår frågeställning. Däremot vill vi undersöka hur språket påverkar eleverna när de löser problemlösningsuppgifter. Är språket i uppgiften otydligt eller svårt kan det vara bra om eleven kan skriva om uppgiften för att göra den tydligare/lättare att förstå.

5.2 Resultatdiskussion

Nedan kommer litteraturstudiens resultat att diskuteras i relation med bakgrund, resultat, syfte och vår frågeställning; "Vilken betydelse har språket i matematikuppgifter för elevernas problemlösningsförmåga?". Vi har i både vår bakgrundsdel och resultatdel funnit argument och motargument mellan de olika studierna. Det har varit varierande resultat om man endast kontrollerat sammanfattningarna av respektive arbeten. När vi gick in på djupet fann vi betydelsefulla detaljer för att skapa förståelse för hur resonemangen och avkodning, av det matematiska språket, skiljer sig åt med avseenden på exempelvis skönlitterära texter.

Huruvida elever lyckas ta sig an problemlösningsuppgifter beror mycket på hur läraren förhåller sig till det i sin undervisning. Möllehed (2001) belyser hur viktigt det är för eleven att läraren bidrar med olika strategier för att lösa en problemlösningsuppgift. Segerby (2017) klargör hur språket i den matematiska kontexten skiljer sig åt då uppgifter framställs multimodalt. Detta gör det svårare för elever att förstår vad uppgiften går ut på då läsningen i andra ämnen skiljer sig åt från läsningen i matematik. Läraren behöver känna sig trygg i ämnet för att kunna presentera olika lösningsmetoder menar Tafling (2007). Vidare beskriver Tafling (2007) att många lärare inte vet vad problemlösningsuppgifter ska bidra till och kan därför bortse från att lära ut problemlösningar som både Tafling och Möllehed (2001) anser vara viktiga. Sidenvall (2019) säger att elever som mestadels arbetar med problemlösning i matematik är de elever som presterar bäst i världen. Därför finns det mycket att vinna på att arbeta med problemlösningsuppgifter. LGR 11 (Skolverket, 2017) klargör också hur hög resonemangsförmåga kan uppnås. Enligt LGR 11 är det viktigt att ha en tydlig inriktning på problemlösningar under matematikundervisningen på grund av att det har en central funktion i ämnet. Funktioner som metoder, resonemang och begrepp stärks vid hantering av problemlösningar, som på så sätt också stärker elevernas möjligheter att hantera situationer förknippade med vardagen och egna intressen.

Brandells (2009) studie, där jämförelser gjorts mellan matematiska texter med och utan symboler visade att eleverna avkodade texten utan symboler bättre än eleverna som avkodade texten med symboler. Vad man upptäckte var att det fanns ett samband med läsförståelsen inom matematik gällande användning av symboler kontra ord. I undersökningen fick eleverna samma texter i historia och matematik, men texterna i matematiken skilde sig åt där symboler var utbytta mot ord. Dyrvold (2016) menar på att språket som används i matematiken kan innehålla ovanliga ord som också är ovanliga inom matematiken och kan därmed öka svårighetsgraden i uppgiften, vilket i sin tur försämrar resultatet. Symbolerna kan tolkas som ett matematiskt tillvägagångssätt istället för ett ord och gör det lättare för eleven att förstå vad hen ska göra. Ett exempel på detta är som tidigare nämns, additionssymbolen; det är lättare för eleven att förstå vad funktionen av den är när hen ser symbolen än när hen läser ordet "addition" (ibid). Argumentet av vikten för läsförståelse i matematiken är att elever med lässvårigheter behöver ofta läsa meningar flera gånger vilket kan resultera i att uppgiften inte blir löst eller blir ofullständig enligt Theens (2019). Detta tyder på att läsförmågan prövas istället för den matematiska förmågan eftersom elever måste fokusera mer på att förstå texten än på att kunna lösa det matematiska problemet. Självförtroendet hos den enskilde eleven är av stor vikt för dess möjlighet att nå framgångsrika resultat i matematiken (Jäder, Sidenvall och Sumpter, 2016; Asami-Johansson, 2015). Författarna menar på att om den motiverande tron uppfylls hos eleven kommer det bli mer aktivitet i klassrummet och diskurserna ökar. Det i sin tur gynnar det matematiska språket hos eleven.

Dahl (2011) beskriver med sju punkter vad ett rikt problem bör innehålla. Han säger till exempel att problem ska introducera viktiga matematiska ideer, alla ska förstå och kunna arbeta med problemet samt känna sig utmanade och få den tiden de behöver för att lösa problemet, för att nämna några av punkterna. Arbetar elever med matematikuppgifter gynnas deras utveckling inom problemlösning både vad det gäller matematiska språket samt resonemangsförmågan. Jäder (2015) skriver hur utantillinlärning sker på flera skolor. Där elever får färdiga uppställda tal att arbeta med. Eftersom dessa elever inte får arbeta med så kallade rika problem förlorar de möjligheten att kunna resonera matematiskt. Eleverna får då svårighet i att koppla sin kunskap till nya situationer och nya sammanhang vid senare tillfällen. Det är därför viktigt att alla lärare arbetar med problemlösning i sin matematik. Elever lär sig väldigt mycket om de får arbeta med problemlösning. Det behöver inte enbart vara inom matematik. De lär sig även att kunna resonera kring andra sker utanför skolan då de får med sig "tänket" från skolan. Elever som arbetar med problemlösning får även med sig mycket från det matematiska språket. Tittar vi på vilken undervisningstyp som är mest förekommande i skolorna är det när elever arbetar ensam i sina matematikböcker (Dahl, 2015). Detta gör att eleverna inte lär sig att diskutera matematik, vilket i sin tur gör att eleverna missar en viktig inlärningsprocess i matematiken, nämligen språket. Tittar vi då på Engvall och Kreitz-Sanbergs (2015) studie från det japanska klassrummet, ser vi att man där ofta arbetar med ett annat tillvägagångssätt. Där fick eleverna lösa problemlösningsuppgift för att senare be en klasskamrat studera och resonera kring lösningen. Tanken med detta tillvägagångssätt var att klasskamraten skulle få en förståelse för hur eleven har resonerat och vilken metod hen hade använt sig av. Detta är även något Tafling (2017) har nämnt; elever bör få kunskap om att flera olika lösningsmetoder finns tillgängliga. För att eleverna ska lära sig att diskutera angående matematik får elever, enligt denna studie, i Japan arbeta i grupper där de talar med varandra angående matematiken. Genom att arbeta i grupp eller genom att läraren skräddarsyr uppgifter som eleverna får arbeta med för att senare diskutera i helklass får eleverna ta del av de matematiska språket samt andra elevers resonemang. Detta leder då till en större förståelse för språket i matematiken samt till att elever får möjligheten att se flera tillvägagångssätt för att lösa en matematisk uppgift. De kan därefter själva välja vilket resonemangsförmåga de anser passa sin egna förmåga.

Jäder (2015) presenterar två olika användningar av kunskaper inom matematik, konceptuella och procedurella. Szabo (2017) belyser vikten av konceptuella kunskaper då eleven använder sig av kunskaper och sin resonemangsförmåga för att lösa en problemlösningsuppgift. Med hjälp av den konceptuella kunskapen använder sig eleven av sina kunskaper och resonemangsförmågor för att lösa en problemlösningsuppgift, medan den procedurella kunskapen lär eleven att använda sig av regler för att lösa en uppgift. Författaren bekräftar i sin studie hur viktig konceptuell kunskap är då han observerat hur väl elever förstår sin uträkning.
Elever som följer texten i en problemlösningsuppgift och kan omformulera den till sin fördel bär på en större resonemangsförmåga enligt Swanson och Kong (2019). Det vill säga att de eleverna använder sig av en konceptuell kunskap genom att omformulera texten i problemlösningen och plockar ut relevant information för att kunna lösa uppgiften.

Bostic, Pape och Jacobbe (2016) beskriver att problemlösningsuppgifter kan tänkas vara svårare eftersom det i dem inte direkt framkommer hur uppgiften ska lösas utan att eleven själv ska finna en lösning. Dahl (2011) beskriver hur mycket elever i Sverige arbetar med så kallad tyst räkning. Om eleverna anser att problemlösningsuppgifter är svåra att förstå sig på kan det vara det matematiska språket de har svårt med. Om så är fallet riskerar resultaten att försämras om eleverna i hög grad arbetar enskilt med "tyst räkning". Tittar vi på den japanska undersökningen vilket Engvall och Kreitz-Sandberg (2015)har gjort, arbetar de japanska klassrummet på ett helt annat vis. Där diskuterar läraren och eleverna med varandra. Eleverna får olika lösningsstrategier samt diskutera med varandra vilket inte enbart vidgar deras matematiska resonemang utan även deras förståelse för de matematiska språket.

6 Slutsats

Syftet med vår forskningsöversikt var att besvara frågan: *Vilken betydelse har språket i matematikuppgifter för elevernas problemlösningsförmåga?* Vi har funnit flera studier som förklarar hur språket bör se ut i en matematisk uppgift samt hur elever resonerar när det kommer till problemlösningsuppgifter. Forskare anser att det matematiska språket är av stor vikt för elever när de ska arbeta med problemlösningsuppgifter. Elever måste ha en god förståelse för språket. För att eleverna ska ges möjligheten att kunna lösa uppgiften bör de förstå texten i uppgiften, ord som elever inte stöter på i vardagen bör inte finnas i uppgiften. Detta för att eleven ska kunna prövas på sin matematiska förmåga och inte på sin läsförståelse. Eleverna ska få ta den tid de själva behöver för att kunna lösa matematikuppgifter och kunna relatera till uppgiften både vad det gäller språket och uppgiften i sig, det vill säga det som ska lösas.

6.1 Fortsatt forskning

I de framtida studierna finns det en hel del som forskare kan studera vidare. Utifrån våra egna erfarenheter från vår skoltid ser vi en stor skillnad jämfört med de fördelar vi under denna litteraturstudie har upptäckt. En stor del av vår undervisning var så kallat tyst arbete med matematikböckerna. Vi anser att det behövs mer vetenskapligt underlag om hur problemlösning i matematik gynnar elevers tankesätt utanför skolan. Hur fungerar det när vi i faktiska situationer tar oss an uppgifter vi stöter på utöver problemuppgifterna vi stöter på i skolans miljö. Hur väl anpassade är uppgifterna i skolan de problem som vi ska lösa utanför skolan?
En större studie angående språket i de matematikböckerna hade också varit av intresse. Vi hade svårt att hitta studier vilka tog sig an detta området. Hur väl lämpat är språket till elevernas olika nivåer i de olika årskurserna? Det vi såg i några studier är att elever i en del fall har svårt att visa sina matematiska kunskaper eftersom deras läsförståelse prövas istället för deras matematiska förmåga. Detta eftersom just språket inte är på elevernas nivå, det finns ord där eleverna inte har kunskapen att förstå och därför fallerar hela uppgiften för eleven.

Referenslista

Asami-Johansson, Y. (2015). *Designing Mathematics Lessons Using Japanese Problem Solving Oriented Lesson Structure: A Swedish case study*. Lic.-avh. Linköping : Linköpings universitet, 2015. Linköping.

Bostic, J., Pape, S., & Jacobbe, T., (2016). *Encouraging Sixth-Grade Students' Problem-Solving Performance by Teaching Through Problem Solving.* The Research Council on Mathematics Learning, 8 (3), 30-58.

Dahl, T. (2011). *Problemlösning kan avslöja matematiska förmågor: att upptäcka matematiska förmågor i en matematisk aktivitet*. Lic.-avh. Växjö : Univ., 2011. Växjö.

Dyrvold, A (2016). *Difficult to read or difficult to solve? The role of natural language and other semiotic resources in mathematics tasks.* Umeå: Umeå universitet.

Eriksson Barajas, K., Forsberg, C. & Wengström, Y. (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap Vägledning vid examensarbeten och vetenskapliga artiklar.* Stockholm: Natur och kultur.

Jäder, J. (2015). *Elevers möjligheter till lärande av matematiska resonemang*. Licentiatavhandling (sammanfattning) Linköping : Linköpings universitet, 2015. Norrköping.

Kong, J., & Swanson, L (2019). *The Effects of a Paraphrasing Intervention on Word Problem-Solving Accuracy of English Learners at Risk of Mathematic Disabilities*. Learning Disability QuarterlyVolume 42, Issue 2, May 2019, Pages 92-104.

Margareta Engvall & Susanne Kreitz-Sandberg, *Strukturerad problemlösning: observationer från japanska klassrum,* 2015, Nämnaren: tidskrift för matematikundervisning, 3, 25-31.

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9: elevernas lösningar av de olika problemen*. Lund : Univ., 2001. Malmö.
Segerby, C. (2017). *Supporting mathematical reasoning through reading and writing in mathematics: making the implicit explicit*. Diss. Malmö : Malmö högskola, 2017. Malmö.

Sidenvall, J. (2019). *Lösa problem: om elevers förutsättningar att lösa problem och hur lärare kan stödja processen*. Umeå : Umeå universitet, 2019. Umeå.

Sidenvall, J., Jäder, J. & Sumpter, L. (2015). *Mathematical reasoning and beliefs in non-routine task solving*. Falun: Högskolan Dalarna.

Sollerman,S & Winnberg,M. (2019) *Matematik i PISA 2018 - Nuvarande innehåll och kommande förändringar.* Stockholm: Skolverket

Skollagen (SFS-nummer · 2010:800). Stockholm: Utbildningsdepartementet

Skolverket (2014) Olika sätt att lösa ekvationer.

Skolverket (2016) Matematikspråket.

Skolverket (2019) *TIMSS: en studie om kunskaper i matematik och naturvetenskap.*

Skolverket a (2019) *PISA: en studie om kunskaper i matematik, naturvetenskap och läsförståelse.*

Skolverket (2011). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2017). *Läroplan för specialskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Szabo, A. (2017). *Mathematical abilities and mathematical memory during problem solving and some aspects of mathematics education for gifted pupils*. (sammanfattning) Stockholm : Stockholms universitet, 2017. Stockholm.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande*. Umeå : Umeå universitet, 2007. Umeå.

Theens, F. (2019). *Does language matter?: sources of inequivalence and demand of reading ability of mathematics tasks in different languages*. Umeå : Umeå universitet, 2019. Umeå.

Wilén, J. (2011). *Hur kan matematisk problemlösning definieras?.* Karlstad: Karlstads universitet

Österholm, M. 2009. *Läsförståelsens roll inom matematikutbildning. I Matematikdidaktiska frågor: Resultat från en forskarskola,* Brandell, Gerd (ed.), p. 154-165. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.

Bilaga 1

Titel	**Författare**	Elevers resonema ng inom	Språket i problemlös	Korre lation mella	Lärare ns roll
Designing Mathematics Lessons Using Japanese Problem Solving Oriented Lesson Structure: A Swedish case study	Asami-Johansson, Y.	x	x		x
Encouraging Sixth-Grade Students' Problem-Solving Performance by Teaching Through Problem Solving.	Bostic, J., Pape, S., & Jacobbe, T				x
Problemlösning kan avslöja matematiska förmågor: att upptäcka matematiska förmågor i en matematisk aktivitet.	Dahl, T	x			
Difficult to read or difficult to solve? The role of natural language and other semiotic resources in mathematics tasks.	Dyrvold, A	x	x		
Elevers möjligheter till lärande av matematiska resonemang.	Jäder, J	x	x		

The Effects of a Paraphrasing Intervention	Kong, J,. & Swanson, L	x			
Supporting mathematical reasoning through reading and writing in mathematics: making the implicit explicit.	Segerby, C	x	x		
Lösa problem: om elevers förutsättningar att lösa problem och hur lärare kan stödja processen	Sidenvall, J	x			x
Mathematical reasoning and beliefs in non-routine task solving.	Sidenvall, J	x			
Mathematical abilities and mathematical memory during problem solving and some aspects of mathematics education for gifted pupils.	Szabo, A	x			
Does language matter?: sources of inequivalence and demand of reading ability of mathematics tasks in different languages.	Theens, F	x			
Läsförståelsens roll inom matematikutbildning. I Matematikdidaktiska frågor: Resultat från en forskarskola,	Brandell, G	x			
Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande.	Taflin, E.			x	x

Gustav Ahnlid och Damoon Nouparvar

HÖGSKOLAN I HALMSTAD

Besöksadress: Kristian IV:s väg 3
Postadress: Box 823, 301 18 Halmstad
Telefon: 035-16 71 00
E-mail: registrator@hh.se
www.hh.se