



HÖGSKOLAN
I HALMSTAD

Grundläroarbildning åk F-3 (240hp)

EXAMENSARBETE



Laborativ matematik och problemlösning i ett sociokulturellt perspektiv på lärande

En kunskapsöversikt

Cathrine Karlsson "och" Josefin Danielsson

Examensarbete !

Halmstad 2016-06-26

Titel	Laborativ matematik och problemlösning i ett sociokulturellt perspektiv på lärande. – En kunskapsöversikt
Författare	Josefin Danielsson Cathrine Karlsson
Sektion	Akademien för lärande, humaniora och samhälle
Handledare	Åsa Bengtsson Ole Olsson
Nyckelord	Konkret matematik, laborativ matematik, problemlösning, ett sociokulturellt perspektiv och läroboksbunden matematikundervisning
Sammanfattning	<p>Kunskapsöversikten syftar till att lyfta fram vad forskning säger om laborativ matematikundervisning och problemlösning utifrån ett sociokulturellt synsätt med kommunikation och språk i fokus. Litteraturöversikt har använts som metod för kunskapsöversikten som lyfter fram tidigare forskning på området. Resultatet av studien visar att lärare i studierna använder sig av en mer läroboksbunden matematikundervisning. Att kommunicera och samtala om matematik är något som forskningen visar som bristfällig i de undersökta skolorna. Flera forskares resultat visar att ett mer kommunikativt och laborativt arbetssätt har positiva effekter på elevers lärande och förståelse i matematik.</p>

Innehållsförteckning

Förord	1
Inledning	2
Bakgrund	3
<i>Laborativ matematik.....</i>	<i>4</i>
<i>Problemlösning.....</i>	<i>5</i>
<i>Sociokulturellt perspektiv på lärande</i>	<i>6</i>
Problemområde, syfte och frågeställning.....	9
Metod	9
<i>Databassökning</i>	<i>10</i>
<i>Granskning</i>	<i>11</i>
<i>Databearbetning.....</i>	<i>12</i>
Resultat	12
<i>Läroboksbunden matematikundervisning</i>	<i>12</i>
<i>Laborativ matematikundervisning utifrån ett sociokulturellt perspektiv</i>	<i>15</i>
<i>Matematisk problemlösning utifrån ett sociokulturellt perspektiv.....</i>	<i>17</i>
<i>Det kommunikativa klassrummet</i>	<i>20</i>
Diskussion	23
<i>Metoddiskussion</i>	<i>23</i>
<i>Resultatdiskussion</i>	<i>25</i>
Konklusion och implikation	27

Referenser	29
Bilagor	33
<i>Bilaga A1 – Sökordstabell</i>	<i>33</i>
<i>Bilaga A2 – Sökordstabell</i>	<i>34</i>
<i>Bilaga B1 – Artikelöversikt.....</i>	<i>35</i>
<i>Bilaga B2 – Artikelöversikt.....</i>	<i>36</i>
<i>Bilaga B3 – Artikelöversikt.....</i>	<i>37</i>
<i>Bilaga B4 – Artikelöversikt.....</i>	<i>38</i>
<i>Bilaga B5 – Artikelöversikt.....</i>	<i>39</i>
<i>Bilaga B6 – Artikelöversikt.....</i>	<i>40</i>

Förord

På lärarutbildningen har vi fått upp ögonen för laborativ och konkret matematik, men vi kan inte se att det arbetas med den laborativa matematiken och problemlösning genom interaktion på våra verksamhetsförlagda utbildningsskolor i den utsträckning vi önskar. Vi upplever att eleverna på vår verksamhetsförlagda utbildning får ta del av traditionell matematikundervisning med stora inslag av läroboken. Eleverna får inte arbeta kommunikativt och konkret med matematik i den utsträckning vi önskar. Vi ser en skillnad när det kommer till den undervisning vi får ta del av på högskolan där det förespråkas laborativ matematikundervisning med kommunikativ problemlösning. Vi ser ett problem i elevernas och lärarnas arbete med problemlösningssuppgifter. Enligt våra erfarenheter blir eleverna inte introducerade problemlösningssuppgifter och strategier utanför matematikboken, då matematikboken har en alltför stor roll i undervisningen.

När det kommer till laborativt material och konkret matematik har vi erfarenhet av att det är förknippat med att eleverna inte förstår den abstrakta matematiken och måste därför ta till ett mer konkret material. Vi vill ta reda på synen på ett laborativt material, där laborativa inslag blir en del av undervisningen.

Arbetsfördelningen har fördelats lika under arbetet. Vi har delat upp läsningen av artiklarna och avhandlingarna. Därefter har arbetet fortlöpt gemensamt.

Josefin Danielsson

Cathrine Karlsson

2016-05-31

Inledning

PISAs (Programme for International Student Assessment) undersökning från 2012 visar att svenska elevers resultat i matematisk problemlösning är låga och resultatet är lågt även i en jämförelse med övriga nordiska länder (Skolverket, 2014). Svenska elever presterar sämre på uppgifter som handlar om att kontrollera och reflektera och bättre på uppgifter kopplat till att undersöka och förstå.

Rystedt och Trygg (2010) lyfter fram resultat från nationella och internationella studier som visar att matematikundervisningen måste göras mer meningsfull och konkret så att fler elever utvecklar ett ökat intresse för ämnet och en fördjupad kunskap inom matematik. *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet*, Lgr 11, (Skolverket, 2011) har satt krav på elevernas kommunikativa förmåga och användning av matematiska begrepp. Eleverna behöver förklara och uttrycka en matematisk förståelse enligt den nuvarande läroplanen. Läroplanen presenterar fem förmågor i matematik: begreppsförmåga, resonemangsförmåga, kommunikationsförmåga, metodförmåga, problemlösningsförmåga. Förmågorna är övergripande för alla årskurser vilket har medfört ett krav på ett mer kommunikativt klassrum.

Skolinspektionen (2009) föreslår en mer varierad undervisning och mindre tid för färdighetsträning i läroböcker. Konsekvenserna av en läroboksbunden matematikundervisning kan bli att elevernas kompetens i problemlösning inte utvecklas och att möjligheterna för eleverna att utveckla användningen av logiska resonemang hämmas. Elevers förmåga att överföra matematiska problem till en vardagsnära situation och att se dess samband är bristfälliga enligt Skolinspektionen. Enligt Lgr 11 (Skolverket, 2011) ska undervisningen i matematik syfta till att eleverna utvecklar sin kunskap i matematik och dess användning i vardagen samt i olika matematiska situationer. Eleverna ska ges förutsättningar att utveckla sin matematiska förmåga genom att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder och resultat. Genom undervisningen ska eleverna även ges förutsättningar att förstå och kunna använda matematiska begrepp för att kunna kommunicera och resonera matematiskt i vardagssituationer och i olika matematiska sammanhang. Kunskapsöversikten lyfter fram ett mer laborativt och problemlösande arbetssätt med mer fokus på kommunikation i klassrummet för att se till dess syfte och konsekvenser för elever och lärare. Kraven finns att lärare ska arbeta mer sociokulturellt men frågan är om läroplanen speglar verkligheten?

Bakgrund

Arbetet berör två områden inom matematik, laborativ matematik och problemlösning. Det var viktigt med en avgränsning eftersom båda områdena är stora, därav valdes en avgränsning i form av utgångspunkt i ett sociokulturellt perspektiv på lärande. Ett sociokulturellt perspektiv har använts som ett teoretiskt perspektiv och ett lärandeperspektiv. Det har sedan kopplats till kunskapsöversiktens två huvudområden. Ett sociokulturellt perspektiv är också ett brett lärandeperspektiv, men i den här kunskapsöversikten avser det att kunskapen skapas och förändras av individer i ett socialt samspel. Språk, kommunikation och artefakter har valts att lyfta in i detta lärandeperspektiv, där det utöver avgränsningen även har fått stå för en egen kategori (som förklaras i metodkapitlet).

Enligt Säljö (2014) sker lärandet kontinuerligt och är nödvändigt för vår utveckling och individer formas av det vardagliga samtalet och tar med sig olika kunskaper därifrån. Genom ett sociokulturellt lärande kan vi inte undvika att lära, frågan är dock vad vi lär oss i olika situationer? Undervisningssituationer utgår enligt Säljö från antagande och idéer om hur lärande går till och om lärande av kunskap. Specifika antagande om lärande kan vara inbyggda i skolan genom läroböcker och sättet att pröva elevers kunskap vilket kan leda till att en alternativ undervisningsform inte förekommer.

Palm (2003) menar att elever har svårt att koppla matematiken till något verkligt och konkret vilket leder till att eleverna svarar med orealistiska svar vid matematikuppgifter. För att minska antalet orealistiska svar elever ger vid matematikuppgifter menar Palm att, om eleverna får arbeta mer med laborativt material och konkreta ting i undervisningen kan elevernas svar bli mer realistiska. Rystedt och Trygg (2010) beskriver laborativ matematikundervisning som en väg mellan det konkreta och det abstrakta. Olika representationer av matematik är viktiga för elevernas lärande och förståelse vilket kan genereras genom laborativ matematik.

Malmer (1996) lyfter fram att matematikundervisningen bedrivs i stor utsträckning på en alltför abstrakt nivå, vilket kan leda till att många elever tappar både intresse och tilltro till den egna förmågan för ämnet. Malmer menar att undervisningen borde kunna ske på olika sätt, där eleverna medverkar aktivt och där olika representationsformer av matematik ges utrymme. Lundberg och Sterner (2009) lyfter fram att det är betydelsefullt om undervisningen rör sig från det konkreta till

det abstrakta. Anderberg och Källgården (2007) menar att för att bli framgångsrik i användandet av matematik krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens olika begrepp, metoder och uttrycksformer. Problemlösningssuppgifter inom matematiken syftar till uppgifter vars tillvägagångssätt och metod inte är känt för eleven. Enligt Karlsson och Kilborn (2015) handlar problemlösning om ett aktivt sökande efter matematiska modeller. Desto fler modeller och strategier en elev kan, desto större sannolikhet att eleven finner en bra lösningsstrategi på problemet.

Jansson, Josefsson och Persson (2007) skriver att en vanlig uppfattning bland elever är att matematik ses som ett ämne utan utrymme för diskussion där det är givet vad som är rätt och fel. Matematikundervisningen har präglats av tysta lektioner, imitationer och memoreringar. Palm (2003) menar att eleverna i hans undersökning hade en uppfattning om att matematik byggde på att förmedla rätt svar. Eleverna hade en uppfattning om att det inte var godtagbart att uppskatta sig fram till ett svar, vilket i sin tur kunde hindra eleverna från att ge ett svar som kunde stämma överens med verkligheten. Samtidigt påpekar Palm att en större verklighetsuppfattning kan leda till att eleverna ger ett mer rimligt svar.

Laborativ matematik

Rystedt och Trygg (2010) menar att elever får en positivare syn på matematiken genom laborativa aktiviteter, i jämförelse med om de enbart kommer i kontakt med matematik via läroböcker. I matematik är det viktigt att ha en förståelse för varför och hur man gör något. Berggren och Lindroth (2004) och Rystedt och Trygg (2010) menar att laborativ matematik kan gynna elevers lärande och väcka intresse hos eleverna. Dysthe (1996) menar att det finns starka kopplingar mellan elevers prestationer och deras engagemang, elever som visar ett äkta engagemang presterar även bättre. Resultatet av Dysthes studie visar att interaktiva inlärningsmetoder är av fördel där eleverna får ställa frågor och kommentarer för det fortsatta lärandet samt ställa autentiska frågor som inte har något givet svar. Eleverna dras in i klassens samtal och blir engagerade i ämnet som diskuteras. Hon menar även att det finns en del elever som är på gränsen till engagerade vilket kan bero på att eleverna är rädda för att visa sin okunskap eller att de saknar mening för innehållet kopplat till sin vardag. Det finns en grupp elever som aldrig uttrycker sin kunskap eller åsikt enligt Dysthes undersökning av hur eleverna deltog i undervisningen. Detta kan skapa problem för elevers deltagande i interaktiva situationer i klassrummet, där en del elevers lärande kan blir lidande.

Rystedt och Trygg (2010) betonar vikten av att eleven är aktiv vid undervisningen både praktiskt och mentalt i de aktiviteter som ingår i ett specifikt undervisningssyfte. Det handlar om att göra elevuppgifterna mer verklighetstroga menar Rystedt och Trygg. Rystedt och Trygg (2010) poängterar dock att ett införande av laborativt material inte ger några snabba lösningar som förbättrar lärandet i matematik. Det kan däremot spela en viktig roll som inspirationskälla för en ökad lust att lära och som ett betydelsefullt verktyg. Hattie (2014) lyfter fram ett resultat av sina 800 metastudier som visar att kombinationen av prestation, ansträngning och engagemang är nyckeln till framgång i skolan för eleverna. Elever behöver dock inte prestera för att de ser engagerade ut och verkar anstränga sig. Hattie visar även att enbart rutinarbete inte får en god effekt på elevers lärande.

Rystedt och Trygg (2010) visar i sin litteraturöversikt att lärares användning av det laborativa materialet i undervisningen kan ha stor betydelse för elevers lärande. Rystedt och Trygg (2010) menar att laborationer inom matematik inte nödvändigtvis skapar förståelse hos eleverna. Det är upp till läraren att skapa diskussioner kring resonemang om det matematiska problemet vilket kan generera en förståelse hos eleverna. Enligt Berggren och Lindroth (2004) ska det laborativa materialet fungera som en konkret stöttning, det är även viktigt att belysa att det är det matematiska innehållet i materialet som eleverna ska lära sig. Eleverna ska lära sig lösningsstrategier och tillvägagångssätt snarare än materialet i sig. Rystedt och Trygg (2010) menar att det finns en uppfattning hos lärare att elever ska se något annat genom det laborativa materialet än vad läraren avser. Detta menar författarna skulle kunna vara en orsak till varför laborativt material inte används särskilt ofta. Rystedt och Trygg (2010) lyfter fram att lärare och skolläda ofta ifrågasätter om de ska satsa tid och pengar på laborativt material och vad forskningen säger om denna undervisningsform.

Problemlösning

Hattie (2014) menar att problembaserat lärande ofta skapar en öppen och verklighetsnära undervisning som genom experiment eller undersökningar kan bidra till ökad kunskap. I dessa situationer ses läraren som handledare medan eleverna söker informationen själva. Genom denna typ av undervisning menar Hattie att eleverna utvecklar sin kunskap att tänka kritiskt genom experimentell undervisning och att elevernas förståelse kan gynnas. Karlsson och Kilborn (2015) lyfter fram att mycket av den problemlösning som sker i skolan har som syfte att sysselsätta

eleverna snarare än att utveckla deras problemlösningsförmåga. Elevernas problemlösningsförmåga ökar inte via problemlösningsuppgifter i läroböckerna utan dessa uppgifter är mer inriktade på färdighetsträning av givna formler. Färdighetsträning görs istället för att analysera, resonera och utveckla en strategimodell. Det finns oftast bara en lösning i läroböcker och eleverna får inte välja lösningsmetod själva utan de förväntas välja en metod som enligt läroböcker beskrivs som rätt metod (Anderberg & Källgården, 2007)

Enligt Lgr 11 (Skolverket, 2011) ska undervisningen i matematik utveckla elevernas kunskaper i att formulera och lösa matematiska problem, eleverna ska även kunna reflektera över strategier, metoder, modeller och resultat. Genom undervisningen ska eleverna utveckla sin förmåga att argumentera logiskt och föra matematiska resonemang. Karlsson och Kilborn (2015) menar att problemlösning i skolan bör inrikta sig på att låta eleverna använda matematiska begrepp, modeller och lösningsstrategier. Eleverna bör få lära sig att analysera, värdera och representera modeller och strategier för en ökad problemlösningsförmåga. Anderberg och Källgården (2007) menar att det finns olika typer av problemlösningar inom matematiken. En sorts problemlösning kan till exempel utgå från ett problem som kan lösas i direkt anslutning till den konkreta situationen utan behov av matematiska uttrycksformer. Den andra sortens problemlösning kan vara problem som är relaterade till matematiken men som saknar en konkret situation. Elever som lär sig alternativa metoder lyckas lösa flera olika problemlösningsuppgifter till skillnad från elever som lär sig en lösningsmetod. Enligt Lgr 11 (Skolverket, 2011) ska eleverna utveckla sin förmåga och grundläggande kunskaper kring matematiska begrepp och metoder samt hur dessa kan användas.

Sociokulturellt perspektiv på lärande

Enligt Säljö (2014) är kunskap socialt betingat vilket är utgångspunkt i ett sociokulturellt perspektiv. När det kommer till ett sociokulturellt lärande i klassrummet är kommunikation, begrepp och språk en viktig del av undervisningen. Säljö (2014) menar att ett sociokulturellt perspektiv tar utgångspunkt i samspelet mellan en grupp individer. Lärande och utveckling av färdigheter sker vid social interaktion och i kommunikation med andra människor. Säljö (2010) lyfter fram kritik mot ett sociokulturellt perspektiv där perspektivet inte kan förklara lärandet hos individer utan bara lärandet i ett kollektiv. Vidare beskrivs att individen måste lära för att kollektivet ska lära. Vilket betyder att de är beroende av varandra.

Säljö (2014) skriver om Vygotskys idévärld där människor befinner sig i ständig utveckling och förändring. Vygotsky menar att vi ständigt har möjlighet att ta till oss kunskap från våra medmänniskor via sociala interaktioner. Säljö (2014) menar att samtalet är den viktigaste arenan för lärande. Dialogen mellan elev och elev samt elev och lärare är en viktig del i lärandet vilket talar emot en läroboksbunden matematikundervisning med stora inslag av förmedlingspedagogik. Med läroboksbunden matematikundervisning menas en matematikundervisning som inleds av en lärarledd genomgång inom ett specifikt område. Därefter arbetar eleverna oftast individuellt i lärobok med uppgifter anknutna till genomgångens innehåll. Enligt Säljö (2014) beskrivs den kulturella delen av ett sociokulturellt perspektiv på lärande som artefakter vilka står för de fysiska redskapen för lärande. Artefakter kan vara fysiska verktyg som vi använder i vardagen (instrument för mätning och vägning etc.). Artefakterna kan bidra till att människan samlar kunskap och erfarenhet som kan användas vid ett senare tillfälle. Artefakterna här kopplas till det laborativa arbetet i klassrummet där det konkreta och laborativa matematiska materialet ses som artefakter. Säljö (2010) skriver om fysiska artefakter som ett stöd för lärande och ett exempel som presenteras är hur yngre elever lär sig addition och subtraktion genom att räkna pengar. Skulle pengarna tas bort blir additionen och subtraktionen svårare för eleverna att förstå. Genom artefakter kan matematiken bli mer konkret och lättare att förstå.

McIntosh (2008) betonar vikten av att använda det matematiska språket ofta och på ett korrekt sätt så att språket blir välbekant för eleverna. Solem (2006) och McIntosh (2008) menar att lärare bör sträva mot att det matematiska språket blir ett språk av första ordningen för eleverna istället för ett språk av andra ordningen. Språk av första ordningen är ett språk som vi förstår och som vi kan tänka och uttrycka oss genom. Språk av andra ordningen är ett främmande och onaturligt språk som inte används naturligt (Solem, 2006). Skolverket (2008) menar att det matematiska språket skiljer sig från det vardagliga språket. Genom kommunikationen kan förståelsen underlättas för så väl processen som begreppen. Därav är det viktigt att bearbeta de olika betydelseerna inom det matematiska och vardagliga språket, för att bredda elevernas ordförråd (Skolverket, 2008). Berggren och Lindroth (2004) belyser vikten av att eleverna lär sig att uttrycka matematik genom ett vardagligt språk, vilket gör att de kan sätta ord på tankar och strategier. Detta leder i sin tur till att eleverna kan analysera de valda strategierna. Innan eleverna kan uttrycka och sätta ord på sina strategier har de svårt att skriva och uttrycka hur de har löst en uppgift. Författarna uttrycker att det vid detta stadium inte är viktigt att eleverna använder ett korrekt matematiskt språk utan snarare att de befäster tanke sättet och lär sig att tala om matematiska problem. Med ett kommunicerande

arbetssätt är målet att eleverna ska utveckla ett matematiskt språk, dock tar det tid för eleverna att vänja sig vid denna typ av arbetssätt.

För att bemästra ett nytt språk krävs det mycket hjälp enligt Rystedt och Trygg (2010). Rystedt och Trygg menar också att det är viktigt att kommunicera med ett matematiskt språk och kunna se skillnaden på ett vardagligt och ett matematiskt språk samt kunna använda sig av de olika språken vid rätt tillfälle. Skolverket (2008) menar att läraren ska ge fler tillfällen när det matematiska språket används istället för att undvika dem. På så sätt ökar elevernas ordförråd och så småningom har eleverna lärt sig att den vardagliga betydelsen också har en matematisk betydelse. Det handlar om att kommunicera matematik.

Dysthe (1996) beskriver ett sociokulturellt perspektiv där dialogen står i fokus och läraren får en mer diskret roll som förmedlare av kunskap. I samband med detta belyser Dysthe även vikten av frågor som inte kräver något rätt eller felaktigt svar. Dysthe förespråkar ett klassrum med olika dialoger och olika röster som i sin tur konstruerar kunskap. Kunskapen är grundad i elevernas förutsättningar och tidigare kunskaper kopplat till elevernas vardagssituationer. Dysthe beskriver även en lärarstyrd dialog eller monolog, där eleverna får fylla i luckor i en genomgång och får frågor som kopplas till rätt och fel svar. Enligt Dysthe finns det problem med sådan typ av undervisning till exempel att eleverna inte får uttrycka sin kunskap verbalt. Om eleverna får arbeta muntligt i kombination med att använda ett laborativt material menar Lundberg och Sterner (2009) att matematiska begrepp och idéer blir mer begripliga. McIntosh (2008) och Lundberg och Sterner (2009) förespråkar att nya begrepp ska introduceras laborativt. Genom att låta eleverna interagera med varandra kan intressanta samtal uppstå och eleverna får en chans att beskriva vad de gör. Säljö (2010) skriver att artefakter kan bidra till en innebörd och förståelse för eleverna men kunskapen behöver läsas och tränas in, därmed menas att eleverna kan delta i det laborativa arbetet men det är ingen garanti för att eleverna ska förstå innehållet. Artefakter kan ses som ett redskap för att öka elevens förståelse.

Problemområde, syfte och frågeställning

Finns det som beskrivits i förgående kapitel underlag för att laborativ matematik och problemlösning kopplat till ett socialt samspel mellan elever är en fördel för inlärningsprocesser i matematikundervisningen? Detta behöver lyftas fram och förbättras för att utveckla elevers lärande och förståelse i matematik. Eleverna riskerar att inte utveckla problemlösningstrategier eller förstå matematiken konkret vid en mer läroboksbunden matematikundervisning som inte inbjuder in till kommunikation och socialt samspel.

Syftet med kunskapsöversikten var att lyfta fram en alternativ undervisningsform i förhållande till den mer läroboksbundna matematikundervisningen. Kunskapsöversikten berör en mer konkret och vardagsnära matematikundervisning med utgångspunkt i ett sociokulturellt perspektiv. För att få syn på laborativ matematik och problemlösning lyfts följande fråga:

Vad säger forskningen om laborativ matematikundervisning och problemlösning utifrån ett sociokulturellt perspektiv på lärande?

Metod

I följande kapitel beskrivs metoden i denna kunskapsöversikt. En systematisk litteraturstudie definieras enligt Petticrew och Roberts (ref. i Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström, 2013) som en studie där eftersträvan är att identifiera, bedöma och syntetisera alla de relevanta studierna inom ett specifikt område på ett så heltäckande sätt som möjligt. För att kunna göra en systematisk litteraturstudie krävs det ett tillräckligt stort urval av kvalificerade studier, som kan utgöra underlaget för slutsatserna som litteraturstudien ska resultera i (Eriksson Barajas, m.fl. 2013). Det finns likheter mellan en systematisk litteraturstudie och en kunskapsöversikt. Enligt ett dokument från Malmö Högskola (2011) kan en kunskapsöversikt beskrivas som en vetenskaplig text som tar utgångspunkt i befintliga texter och dokument. En kunskapsöversikt ska ge en sammanställd bild av forskning och systematiskt samlad kunskap inom ett specifikt ämnesområde. Systematiskt samlad kunskap kan representeras i form av avhandlingar, forskningsartiklar och licentiatuppsatser.

I denna kunskapsöversikt har ett urval av vetenskapliga artiklar och avhandlingar undersökts som berör laborativ matematik, problemlösning och ett sociokulturellt perspektiv på lärande. Kapitlet är

uppdelat i tre delar, den första delen står för beskrivandet av databassökningar, den andra delen står för granskning av insamlad data och den tredje delen står för databearbetningen.

Databassökning

Som underlag för databassökningen gjordes sökningar efter ”laborativ matematik” och ”problemlösning” för att skapa en utgångspunkt och formulering av frågeställning. Därefter startade sökandet efter ordet ”laborativ matematik” i Summon vilket inte gav några relevanta resultat. Summon är en samlad databassökning där bl.a. Libris och Swepub finns representerade. En ny sökning i Summon med sökord ”barns lärande i matematik” gav ett antal träffar där en artikel var av relevans (se bilaga A1).

Sökandet efter laborativ matematik fortsatte i Ebsco:s databas där söktes efter ”mathematics AND abstract AND concrete AND school” som en synonym för laborativ vilket gav två relevanta träffar. Användningen av Booleska operatorn ”AND” användes för att koppla samman sökorden och få träffar som innehöll mathematics, abstract, concrete och school. Här användes även inklusionskriterierna scholarly and peer-review, fulltext och från 2010-2016. Eriksson Barajas, m.fl. (2013) beskriver referee-granskning eller peer-review som den kritiska granskning som sker innan en artikel publiceras. Denna granskning genomförs av minst två oberoende experter som granskar artikelns innehåll och kvalitet. Den ena artikeln valdes sedan bort vid granskningens andra steg.

Sökningen gick vidare och inriktade sig mer på avhandlingar och via webbsidan avhandlingar.se söktes det efter ”problemlösning” och ”problemlösning AND matematik”. Genom sökningarna framkom en rad olika träffar relevanta för ämnesområdet. Det genomfördes en manuell sökning efter att ha läst en artikel om strukturerad problemlösning i Japan i tidskriften *Nämna* som ges ut av Nationellt centrum för matematik (NCM). Artikeln var emellertid inte av vetenskaplig karaktär vilket ledde oss till författaren Margareta Engvall. Det söktes efter hennes avhandling på avhandlingar.se. Genom sökordet ”problemlösning AND matematik” fortsatte sökandet i Libris. Vilket i sin tur genererade många träffar, som var relevanta utifrån deras abstract.

I databasen Swepub användes sökorden ”lärande matematik”, ”primary education math” och ”rolig matematik”, som genererade en del träffar och en artikel per sökord var av relevans. Swepub är en databas som tillhandahåller flera olika slags publikationer, som t.ex. vetenskapliga artiklar och avhandlingar som är publicerade via svenska lärosäten och myndigheter. För att dessa sökningar

skulle generera relevanta träffar användes tre inklusionskriterier: referee-granskat, tidskriftsartiklar och språk: svenska, i två av de tre sökningarna.

Sökningar via *Nämnares* artikelregister har gjorts. En sökning på sökordet ”problemlösning” genererade en artikel som sammanfattade en författares avhandling. Vilket ledde till en relevant avhandling om att ställa frågor, som söktes efter via *avhandlingar.se* (se bilaga A2). Genom Google Scholar eftersöktes ”primary science education experimental math” och sökningen gav en mängd träffar. En av dessa bedömdes via abstract som relevant för kunskapsöversikten.

För att få syn på en kommunikativ aspekt av matematikundervisningen gjordes en sökning i Ebsco på ”mathematics AND socialization” vilket gav en del träffar. En del av dessa träffar var inte relevanta och togs bort medan en del ansågs relevant kopplat till syftet. Sökordet ”socialization” har en annan innebörd än just kommunikativt arbetssätt och detta resulterade i att sökningen breddades. Därefter ändrades sökordet till ”mathematics AND social” vilket resulterade i en relevant träff, som sedan valdes bort vid andra steget av granskningen. Efter personlig kommunikation med Anders Jakobsson som är professor på Högskolan i Halmstad, användes hans artikel om sociokulturell teori då den var relevant för området.

För att få syn på en vardaglig matematik gjordes sökning i Summon på ”everyday mathematics school”, vilket gav en mängd träffar som sedan sållades bort och kvar fanns en relevant om vardagsmatematik kopplat till skolmatematik. Efter ett tips om en artikel gick sökningen i Summon vidare till sökning på ”naturorienterande ämne” där inklusionskriterier som fulltext, scholarly och peer-review använts. En artikel relevant för syftet användes. Den sista sökningen gjordes i Swepub på ”promoting AND interaction AND mathematics” som resulterade i en relevant artikel.

Granskning

Sökningarna i de olika databaserna resulterade i en mängd olika träffar som granskades för att bedöma dess relevans. Granskningarna gjordes i två steg i form av att till en början läsa abstract och ansågs abstract beskriva arbetsområdet sparades artikeln eller avhandlingen. I nästa steg granskades avhandlingarna och artiklarna där hänsyn togs till deras syfte, frågeställningar och en del av sammanfattningen för att avgöra om publikationen speglade arbetsområdet. Vid granskningen av materialet var det viktigt att frågeställningarna och avgränsningarna var specificerade, detta krävdes för att kunna avgöra eventuell relevans i artiklarna och avhandlingarna. Genom granskning kunde

det även avgöras om en artikel var vetenskaplig genom att se till dess struktur med tydlig frågeställning, syfte, metod, resultat, diskussion och referenser. Genom denna granskning kunde alla utom en artikel från *Nämnares* tidskrift sällas bort eftersom de inte uppfyllt kraven för att klassas som vetenskapliga.

Databearbetning

Efter första granskningen valdes 34 stycken artiklar och avhandlingar, vid noggrann granskning av materialet framkom en irrelevans för kunskapsöversikten i 17 av artiklarna och avhandlingarna. Övriga 17 framstod som relevanta och valdes ut för att representera resultatet av kunskapsöversikten. Alla 17 artiklar och avhandlingar berörde inte kunskapsöversiktens alla områden i respektive text och uppfyllde därmed bara syftet delvis. Trots det fick de representeras då forskning som berör alla tre områden var begränsad. En del av avhandlingarna och artiklarna som vid tidigare steg valdes bort då de inte bedömdes som vetenskapliga fick representeras i bakgrunden till denna kunskapsöversikt. För att komma fram till vilka publikationer som ansågs relevanta för kunskapsöversikten gjordes en sammanfattning av abstract och slutsats av artiklarna och avhandlingarna. På detta vis kunde artiklarnas relevans för området bedömas. Efter valet av vetenskapliga artiklar och avhandlingar startade läsningen av materialet, som sammanfattades i en artikelöversikt (se bilaga B1 – B6) med rubrikerna: författare, titel, syfte, metod och resultat. Artikelöversikten skapade en grund för viktiga aspekter i resultatdelen och utifrån den skapades även kategorier som kunde dela upp resultaten som tagits fram. Kategorierna berör läroboksbunden matematikundervisning, laborativ matematik och problemlösning utifrån ett sociokulturellt perspektiv på lärande och ett kommunikativt klassrum. Dessa kategorier användes även som underrubriker i resultatet.

Resultat

Läroboksbunden matematikundervisning

Engvall (2013) genomförde en studie vars syfte var att beskriva, analysera och förstå matematikundervisningen på lågstadiet. Studien genomfördes som en fältstudie där uppmärksamheten var riktad mot elevers och lärares agerande i matematikklassrummet. Dattainsamlingen genomfördes i två olika svenska kommuner, på sex skolor och utgörs av

deltagande observation där video- och ljudinspelningar har använts. Resultatet av Engvalls (2013) studie visar att de deltagande lärarnas handlingar i klassrummet kännetecknades bland annat av att läraren skapade förutsättningar för att kommunicera. Läraren visade att matematikaktiviteter kunde vara lustfyllda och intresseväckande och läraren uppmuntrade också elevernas tilltro till sin matematiska förmåga. Engvall (2013) hävdar i sin studie att matematikundervisningen är snarlik på de flesta håll i Sverige. Utmärkande drag i Engvalls studie är lärobokens starka inflytande och att undervisningen dominerades av eget arbete. Lektionerna i studien inleddes ofta med genomgångar av läraren vid tavlan för vidare individuellt arbete, där diskussioner mellan elever och lärare inte var vanligt förekommande.

Kellner och Attorps (2015) studie undersökte vilka problem som fanns för lärare i Sverige vid undervisning av matematik och biologi i årskurs 1-6. I studien analyseras en grupp lärares diskussioner sinsemellan och resultatet visar att det är relevant att diskutera lärares oro och behov för elevernas lärande och lärarens pedagogiska kunskaper. Kellner och Attorps (2015) menar att eleverna i deras studie hade svårt att se en koppling mellan matematiken i skolan och vardagsmatematiken och hur dessa hänger samman. Många elever ansåg att matematik endast var ett skolämne som hörde hemma i skolan och som inte kom till användning i elevernas vardag. Elevernas syn på matematiken i studien kan hänga samman med elevernas uttryck att matematiken i skolan ansågs vara svår och komplex. Holmberg och Ranagårdens (2016) studie syftar till att studera hur svenska lärare och elever på lågstadiet talar om matematik utifrån läroboken och att betona, diskutera och problematisera nya problemområden inom matematikundervisningen. De har använt sig av en kvalitativ metod och datainsamlingen består av intervjuer och gruppsamtal av elever och lärare. Resultaten av studien betonar tre framträdande problemområden: skolmatematiken, balans mellan innehållet i undervisningen och matematisk ontologi (matematisk världsbild). Holmberg och Ranagården (2016) synliggör i sin studie att det fanns en stark koppling mellan läroboken och matematikundervisning i lärarnas undervisning och att läroboken fick en huvudroll i undervisningen. Läroboksförfattare spelar enligt studien en stor roll i elevernas matematikundervisning och påverkan på elevernas fortsatta lärande. Holmberg och Ranagården påstår att eleverna i studien fick svårt att koppla matematiken till vardagen när läroboken hade en stor inverkan i undervisningen. Det var lärarens ansvar att balansera innehållet i undervisningen, lärarna menade att verksamheten behövde kompletteras med praktisk och konkret undervisning för att utveckla elevernas kunskap. Med matematisk ontologi lyfter författarna fram att läroboken avgjorde vem som var kompetent, medan den praktiska matematiken byggde på elevernas

delaktighet när läraren planerade innehållet utanför läroboken. Holmberg och Ranagården (2016) menar även att den praktiska undervisningen krävde mer flexibilitet och kreativitet både hos lärare och elever, men samtidigt utvecklade den elevernas matematiska tänkande.

Zakaria och Iksan (2006) genomförde en studie där syftet var att undersöka om traditionell matematik med förmedlingspedagogik kunde bli mer elevinriktad. Studien genomfördes i Malaysia genom granskningar och diskussioner av lokala studier med koppling till ett kommunikativt och interagerande arbetssätt. Eleverna i studien var 12-15 år och resultatet visar att ett mer kommunikativt lärande kan ses som ett alternativ till traditionell undervisning där lärarna satsar på elevaktivitet och elevers förståelse. Både Kellners och Attorps (2015) och Zakaria och Iksans (2006, s.38) studie visar att eleverna borde få möjligheter att koppla matematiken till sin vardag och därmed kunna se relevansen av matematik och förstå kontexten. Zakaria och Iksans (2006) uppmärksammade i sin studie att matematikundervisningen behövde bli mer elevinriktad. Lärarna i studien uttryckte problemet med att implementera kursplanens intentioner och att läraren i vissa fall kan behöva arbeta med att förändra elevers syn på matematik (Kellners & Attorps, 2015).

Zakaria och Iksan (2006) skriver i sin studie om en undervisning som är vanligt förekommande som klassas som traditionell undervisningsmetod där eleverna blir passiva mottagare av lärarens kunskap. Läraren i studien använde sig av en monologisk förmedlingspedagogik eller en enkel fråge- och svarsteknik som innebar att eleverna svarade på kortare och enklare frågor. Lärarna i undersökningen dominerade talutrymmet och läraren fokuserade främst på frågor där elevernas rätta svar godkändes och de felaktiga svaren ignorerades. Det var sällan eleverna som ställde frågor eller utbytte kunskap med varandra förklarar Zakaria och Iksan. Lärarna i Kellner och Attorps (2015) studie ansåg att det var viktigt att ha elevernas syn av matematik i åtanke, då många elever hade en traditionell syn på matematiken.

Engvall (2013) uppmärksammar i sin studie att det skapades olika förutsättningar för eleverna att lära sig matematik beroende på vilket klassrum de tillhörde. Sjöblom (2015) har genomfört en svensk studie där syftet var att förbättra kommunikationen mellan elever i det matematiska klassrummet. Studien genomfördes på en svensk gymnasieskola och innefattade intervjuer och observationer av grupper i en gymnasieklass vid problemlösningsuppgifter. Resultatet visar att eleverna sökte efter rätt svar vid lösning av problemlösningsuppgifter istället för att fokusera på lösningsmetoden. Sjöblom (2015) visar i sin studie att matematikundervisningen vanligtvis innebar

att eleverna arbetade självständigt eller i par i sin lärobok. Eleverna i studien hade uppfattningen om att lyssna på varandras resonemang inte var en del av matematikundervisningen. Även vid arbete i grupp försökte eleverna lösa uppgifterna individuellt och tog inte hänsyn till varandras lösningar.

Laborativ matematikundervisning utifrån ett sociokulturellt perspektiv

Swanson och Williams (2014) studie handlar om hur ett sociokulturellt perspektiv skapar en enhetlig förståelse för matematik i skolan och på arbetsplatsen. Studien genomfördes i Storbritannien genom observationer och intervjuer av elever, personal på en arbetsplats och darts spelare. Darts spelare användes i undersökningen för att synliggöra hur matematiken kan bli meningsfull i en konkret situation. Resultatet av studien visar att det var lättare att lösa konkreta uppgifter i ett meningsfullt sammanhang. Swanson och Williams (2014) menar i sin studie att matematiken kunde brytas ner och formas av sociala matematiska uppgifter med utgångspunkt i ett kommunikativt arbetssätt. De beskriver att matematiken i studien blev verklig när det abstrakta kunde ses konkret. Detta kunde ske genom att en formell teoretisk och begreppslig kunskap blev konkret för eleverna i studien. Vidare kunde detta ske genom konkreta uppgifter, genom sociala interaktioner och diskussioner i klassrummet, vilket kunde uttrycka sig genom laborativa uppgifter och diskussioner kring matematik i klassrummet. Holmberg och Ranagården (2016) menar i sin studie att undervisningen i matematik blev abstrakt vid arbete i lärobok och behövde kombineras med konkret matematik för att eleverna lättare skulle förstå matematikens innebörd.

Doverberg och Pramling Samuelsson (2004) har genomfört en enkätundersökning i Sverige där syftet var att ta reda på hur lärare i förskolan och förskoleklassen tänker om matematik, samt hur lärarna såg på sin roll och delaktighet i elevers lärande i och om matematik. Doverberg och Pramling Samuelsson (2004) synliggör i sin studie två perspektiv på hur små barn lär sig. Det ena perspektivet i studien handlar om att eleverna tar till sig information hela tiden och att lärandet bara sker. Medan det andra perspektivet i studien framhåller lärarens roll och dennes betydelsefullhet av att väcka intresse och nyfikenhet för matematik hos eleverna. Lärarna i Doverberg och Pramling Samuelssons studie beskrev att grunden för barns matematiklärande skedde genom det praktiska och konkreta agerandet. Bernerskog (2007) har i sin svenska studie undersökt inom vilka matematiska områden i de tidiga skolåren där det är möjligt att använda kroppen som ett laborativt hjälpmedel och om möjligt vilka vinsterna är med detta arbetssätt. Materialet bestod av enskilda övningar, parövningar och gruppövningar där eleverna fick hoppa, springa, kasta och studsa bollar

osv. (Bernerskog, 2007). Lärarna har intervjuats och resultatet av Bernerskogs (2007) undersökning visar att det är möjligt att använda den egna kroppen som ett laborativt redskap i alla de 15 matematiska område som studerats. Bernerskog (2007) betonar att eleverna i studien upplevde matematiken som rolig och lustfylld och att det gavs olika och annorlunda övningstillfällen. Riesbecks (2008) svenska studie syftar till att diskutera hur ordet diskurs som teoretiskt och didaktiskt begrepp kan bidra till en utvecklad matematikundervisning. Elever och lärare i årskurs 5 har observerats vid problemlösningsuppgifter där språket stod i fokus. Resultatet av studien visar att eleverna hade svårt att använda sig av ett matematiskt språk vid diskussioner i matematik. Riesbeck (2008) menar att genom att studera eleverna uppmärksammandes att de hade svårt att passera gränserna för de olika diskurserna och skiftningarna mellan den laborativa matematiken och den abstrakta.

Riesbeck (2008) ser ett problem genom sin studie inom den laborativa matematiken där varken eleverna eller lärarna i studien visste eller var informerade om målen för aktiviteten. Eleverna fick arbeta laborativt, men de tog inte till sig de begrepp som läraren planerat. Riesbeck (2000) har genomfört en annan svensk studie med syftet att undersöka hur kommunikationen gestaltar sig under matematiklektioner, där empiriska undersökningar har genomförts i klassrumsmiljöer på mellanstadiet. Studien visar att det inte fanns några övertygande indikatorer på att eleverna kunde koppla samman lektionens praktiska delar med de matematiska begreppen. Riesbeck (2008) menar i sin studie att låter man eleverna rita, klippa eller färglägga i en gruppkonstruktion innebär inte detta automatiskt att uppgiften bjuder in eleverna till att prova matematiska perspektiv, resonemang och ett socialt samspel. Eleverna arbetade individuellt vid detta tillfälle när läraren planerat för samarbete. Samtalen som fördes av eleverna i undersökningen skedde på ett mer vardagligt språk och utan att eleverna förstod den matematiska innebörden i begreppen. Fick eleverna i studien se och göra något matematiskt var detta ingen garanti för att eleverna skulle förstå det matematiska innehållet. Riesbeck lyfter fram en slutsats efter genomförd studie där ett undersökande arbetssätt inte per automatik ledde till större insikt och förståelse hos eleverna. Detta var ett resultat som framkom i studiens olika delar menar Riesbeck.

Bernerskog (2007) lägger fram en rad positiva aspekter med ett laborativt arbetssätt. Hennes undersökning visar att samtliga intervjuade lärare var eniga om att vinsterna med arbetssättet var att eleverna upplevde matematiken som rolig och lustfylld. Genom par- och gruppövningar övade eleverna även på att samarbeta och tillfälle att samtala och diskutera matematik gavs. Lärarna i

undersökningen antydde enligt Bernerskog (2007) att genom det konkreta arbetssättet verkade eleverna ta till sig nya moment och befäste kunskaper på ett annat sätt. Wester (2015) har genomfört en studie på högstadiet i Sverige som handlar om att synliggöra elevers perspektiv på en förändrad undervisning. Elever i årskurs åtta har intervjuats och observerats och en fokusgrupp har använts. Resultatet av studien visar att eleverna hade svårt att överge sin traditionella syn på matematikundervisningen i skolan. Eleverna såg enligt Westers (2015) studie på laborativ matematik som ett bra sätt att öka förståelsen men när eleverna sedan skapat en förståelse upplevde de att de inte behövde det laborativa mer. Eleverna ansåg att det var tidskrävande och omständligt. Det verkar finnas en föreställning om att konkret material är kopplat till att eleven inte kan göra beräkningarna i huvudet och måste därför anses som mindre kompetent menar Kellner och Attorp (2015) i sin studie. Wester (2015) skriver att eleverna upplevde undervisningen med laborativa inslag som mer lustfylld och varierad men de ansåg att lärandet sker bättre genom en mer läroboksbunden undervisningsmetod.

Civils (2016) studie jämförde en möjlig kombination av vardagsmatematik, akademisk matematik och skolmatematik och hur dessa skiljer sig. Intervjuer och observationer genomfördes i årskurs 2-3 i USA där resultatet visar att eleverna hade en föreställning om vad matematik är och att elevernas kommunikativa förmåga utvecklades under studiens gång. Civil (2016) menar att när eleverna introducerades för att spela spel på matematiklektionerna i hennes studie ifrågasatte eleverna vad spelen hade med matematik att göra. Detta indikerar att eleverna i hennes studie sedan tidigare hade en föreställning om vad matematik är, de hade även utvecklat en färdig bild av vad som förväntades av dem inom matematikundervisningen. Civil (2016) uttrycker även i sin artikel att spel ger lärarna i studien en bild av elevernas värld vilket gjorde att lärarna kunde skapa en kontext för att utforska elevernas matematiska idéer.

Matematisk problemlösning utifrån ett sociokulturellt perspektiv

Wester (2015) menar i sin studie att en undervisning som innehöll problemlösningssuppgifter innebar att eleverna ställdes inför nya situationer med nya känslor. I Westers studie kunde eleverna känna frustration, eftersom de inte visste hur de skulle lösa uppgiften. Känslan av frustration går emot elevernas föreställning om en lyckad matematikundervisning i studien. Resultaten i Sjöblom (2015) och Westers (2015) studie visar att eleverna uttryckte att de kände sig dumma och otillräckliga när de inte kunde finna rätt svar på problemlösningssuppgifterna direkt. Detta påverkade

elevernas vilja att lösa problemlösningar i Sjöbloms (2015) studie. Vid dessa situationer kände eleverna i Westers (2015) studie att de inte fått tillräckligt med hjälp av sina lärare. Lärarna uttryckte att de inte ville lotsa eleverna för mycket i problemlösningssuppgifter. Sjöblom (2015) beskriver istället i sin studie att problemlösning inom matematik syftar till att eleverna inte ska finna svaret direkt utan fundera över lösningsstrategier innan eleverna löser problemet. Sjöblom tar även upp Skolinspektionens undersökning om att elever fokuserar på att finna rätt svar istället för att se till relevansen i sina svar. En anledning till detta kan vara att eleverna arbetar för mycket själva uttrycker Skolinspektionen.

Szabo (2013) har studerat sambandet mellan matematiska förmågor vid nya problemlösningssuppgifter genom observationer och intervjuer på svenska gymnasieskolor. Resultatet av studien visar att eleverna bör repetera procedurer eftersom att det är förknippat med problemlösning. Szabo (2013) beskriver att eleverna visade stress när de inte visste hur de skulle lösa en uppgift. Szabo menar att eleverna i studien borde exponeras för mer flexibla lösningsmetoder som inte är beroende av andra faktorer vilket kan leda till att eleverna utvecklas i sin förmåga att lösa matematiska problem. Kellner och Attorps (2015) menar att eleverna i deras studie föredrog att arbeta i sina läroböcker istället för att diskutera vardagsmatematik. Kellner och Attorps upplever i studien att eleverna inte förstod att problemlösning är riktig matematik och eleverna såg matematiken som en tävling i matematikböckerna mellan klasskamraterna.

Wester (2015) lyfter i sin studie fram undervisning genom ett elevperspektiv där en del elever uttryckte att deras förståelse för matematik går ut på att förstå hur man räknar ut något. Läraren ansåg att det istället var viktigt att utveckla en matematisk förståelse hos eleverna vilket läraren gjorde genom laborativt arbete och diskussioner. Läraren i studien menade att eleverna skulle lära sig långsiktiga och hållbara beräkningar som eleverna kan använda sig av längre fram i deras utbildning och inte procedurer för att räkna i läroboken. Kellner och Attorps (2015) menar i sin studie att med en mer vardaglig och relaterande matematikundervisning kunde lärarna skapa fler interagerande aktiviteter inom matematiken. Szabo (2013) menar i sin studie att eleverna bör känna till flera lösningsmetoder som kan appliceras och konkretiseras i vardagen för att kunna lösa problemlösningssuppgifter.

Perry, McConney, Flevares, Mingle och Hamm (2011) har genomfört en amerikansk studie som undersöker vad lärare till förstaårselever kan göra för att skapa intresse för matematik. Eleverna

observerades i början, mitten och slutet av läsåret. Resultatet visar att lärarna behövde vägleda eleverna i deras lärande samt skapa en relation mellan matematiken och vardagen. Perry, m.fl. (2011) menar att när en lärare i deras studie frågade många elever om olika lösningsmetoder på ett matematiskt problem, visade detta på att läraren ville förmedla att det inte bara fanns en väg till svaret och att detta kunde ske på olika sätt. Det var viktigt att eleverna i studien fick se att det fanns olika vägar och olika svar inom matematiken. Genom att eleverna fick delge sitt eget perspektiv beskriver författarna att eleverna i studien blev försatta med matematisk kunskap vilket ledde dem in i ett matematiskt tänkande.

Akademisk matematik och skolmatematik uppfattas av lärarna i studien vara mer formell (Swanson & Williams, 2014). Skolmatematiken i Swanson och Williams (2014) studie står för memorering och repetitioner av automatiserade färdigheter en så kallad färdighetsträning. Denna pedagogik ställer sig författarna mot och de vill belysa andra aspekter av matematiken. Sambandet mellan verkligheten och matematiken och skapandet av dialoger och diskussioner vid problemlösning blev istället en viktig del av matematikundervisningen i studien. Interaktion skapade många möjligheter som inte skapades i traditionella matematikklassrum enligt Zakaria och Iksans (2006) studie. De belyser även att ett kommunikativt lärande förbättrade elevernas problemlösningsförmåga i studien.

Perry, m.fl. (2011) menar i sin studie att genom att ta vara på elevernas frågor inom matematiken kunde lärarna tillsammans med eleverna skapa och komma fram till matematiska lösningar. Enligt deras studie var det viktigt att eleverna fick vara med och komma med idéer på lösningsförslag och därigenom kunde utesluta olika metoder för att finna en väg till lösningen. När eleverna i Zakaria och Iksans studie (2006) fick lära tillsammans, vara aktiva och diskutera skapades tillfälle för eleverna att engagera sig i problemlösningar och ta hjälp av sina klasskamrater. Perry, m.fl. (2011) pekar på delaktighet genom att ställa en rad olika frågor vid matematiska samtal i studien som ”ser detta rätt ut?”, ”håller alla med?”, ”Vad skulle fungera?”, ”Vad tror du?”, ”Tror någon någonting annat?”. Eleverna kände att de kunde bidra till de matematiska idéerna i klassrummet och därmed kände sig mer delaktiga. Om eleverna i studien ska lära sig att uppskatta och experimentera med olika typer av problemlösning, ska det i klassrummet skapas matematiska diskussioner och eleverna ska svara till varandras lösningar.

Enligt Perry, m.fl. (2011) ger lärarna eleverna i studien ibland information som enbart en elev fick ta del av och bli en del av, detta sände signaler till eleven att informationen var värdefull. Genom

detta lärde sig eleverna i studien att de kunde bidra med något till matematiken genom delaktighet och lösningar av matematiska problem. Detta gav eleverna möjlighet att ha en direktkoppling till matematiken vilket ledde till att de såg matematiken som mer personlig och kunde se en koppling till sin vardag. Kellner och Attorps (2015) redogör för att lärarna i studien behövde reflektera över elevernas utveckling inom matematik och elevernas förståelse för matematiken. Lärarna såg att det var lättare att ge eleverna i studien rätt svar än att skapa en förståelse hos eleverna. Författarna beskriver att det var vanligt och enkelt att i studien ge eleverna svar på matematiska problem men lärarna ansträngde sig inte alltid för att få eleverna att förstå resonemanget bakom svaret.

För att visa eleverna att de kunde styra över sin inläring och ta ansvar för den menar Perry, m.fl. (2011) att lärare i deras studie kunde fråga om en specifik elevs idéer om ett matematiskt problem. På detta vis fick eleverna i studien se att deras lösningar och tankar var av vikt för hela klassrumsdiskussionen. Detta sände ut signaler till eleverna att de var förväntade att förstå materialet och ställa frågor vid oklarheter. Detta var ett sätt för lärarna i studien att visa att lärare och elever samarbetade för att sträva mot att alla elever förstod matematiken.

Det kommunikativa klassrummet

Emanuelssons (2001) syfte med sin studie var att se hur variationen i lärarens frågor kunde tolka vad en elev kan och förstår. Observationer och intervjuer genomfördes i årskurs 1-6 i svenska skolor där resultatet visar att läraren inte bör ställa för varierande frågor. Eleverna behövde göra samma sak eller göra samma sak på olika sätt för att lärarna skulle få syn på elevernas kunskaper. Emanuelsson (2001) menar att matematiken i hans studie dominerades av lärares möjligheter att bedöma eleverna efter rätt och fel svar eller lösningsmetod. Det fanns oftast enbart ett rätt svar som eleverna skulle rätta sig efter. Det var svårt för lärarna i studien att avgöra hur eleverna förstod den matematik de arbetade med. Lärarnas möjligheter att bedöma eleverna i analyser, argumentationer, resonemang och diskussioner i matematik var små i Emanuelssons studie. Det var även svårt för lärarna att bedöma eleverna i deras lösningsmetoder.

Resultatet av Riesbecks (2000) undersökning visar att eleverna hade svårigheter i övergången mellan det matematiska och vardagliga språket. I elevdiskussionerna skedde samtalen med vardagligt språk på elevernas personliga nivå. I samtalen mellan lärare och elever i Riesbecks (2008) studie beskriver lärarna att de använde matematiska begrepp men när eleverna skulle

diskutera i grupp användes inga matematiska begrepp. Riesbeck (2000) anser att det var tydligt att lärarna i undersökningen inte aktivt ingrep och försökte stödja eleverna för att utveckla elevernas matematiska språk. Riesbeck (2008) skriver om språket som grundläggande och använder eleverna i studien ett vardagligt språk inom matematiken utvecklas eleverna inte inom de matematiska ramarna. Riesbeck (2000) lyfter fram att lärarna i studien måste få elever uppmärksamma på hur man växlar mellan olika språkdiskurser, där eleverna skulle utveckla sin förmåga att använda begrepp och termer för ett givet resonemang eller situation. Detta krävde att läraren i studien genomför och hjälpte eleverna i pedagogiska samtal, så att eleverna succesivt kunde ta steget till ett mer teoretiskt samtal menar Riesbeck (2000). Hon menar även att eleverna i hennes studie måste få upptäcka de abstrakta begreppen och att samtalen måste bygga på samspel.

Emanuelsson (2001) menar att frågorna som lärarna ställde till eleverna i hans studie befann sig inom stoffzonen. Med stoffzonen menar Emanuelsson (2001) frågor som inte kräver en djupare analys eller tolkning. Frågorna i studien var mer inriktade på att eleverna skulle återge något de förväntades minnas. Stoffzonen karakteriseras av typiska svar som inte kräver en djupare förståelse hos eleverna och där elevernas svar antingen är rätt eller fel. Karlsson och Wennergren (2014) har genomfört sin studie med syftet att utveckla lärares kunskap om hur de kan grunda undervisningen på samtal med utgångspunkt i elevernas förståelse. Undervisningarna har undersökts i årskurs 4 i en svensk skola som dokumenterats med hjälp av videoinspelning. Resultatet visar att lärare i olika utsträckningar använde sig av elevsvar i undervisningen genom följdfrågor, förstärkning eller uppföljning av svaret. Genom att använda olika typer av frågeformer gavs eleverna i studien möjlighet att visa sin förståelse hävdar Karlsson och Wennergren (2014).

Karlsson och Wennergren (2014) menar i sin studie att elevsvar användes när läraren ville förstärka det eleven sagt och när det fanns ett värde i svaret. Karlsson och Wennergren påpekar i studien att förstärkning av elevsvar används även vid fel-svar. De menar att förstärkningen skedde genom att visa på det korrekta för att uppmuntra till vidare tankar även om svaret varit felaktigt. Uppföljning av elevsvar skedde däremot när läraren byggde vidare och utvecklade elevsvaret menar Karlsson och Wennergren. En slutsats som Karlsson och Wennergren (2014) drar i sin studie är att elevsvaren ger läraren information om elevernas kunskapsnivå. Utfallet av elevsvar i studien varierade stort och hade sin utgångspunkt i lärarens sätt att ställa frågor eller starta ett samtal. Karlsson och Wennergren lyfter fram vikten av att läraren har förmåga att ställa och följa upp frågor, för att använda elevsvar i sin undervisning. Emanuelsson (2001) berättar i sin avhandling om

två tolkningar av varför lärare inte följde upp elevernas frågor i studien och deras sätt att förstå innehållet. Han tolkar det som att lärarna i studien inte hade en tillräckligt djup förmåga att förstå det innehåll som berördes för att hålla kvar eleverna i interaktionen. Detta gjorde att eleverna inte kunde gå vidare i sin utveckling till nästa proximala utvecklingszon. Den andra tolkningen är att läraren i studien uppfattade att elevernas frågor inte stämde överens med lärarens syfte för undervisningen. Frågan kunde också höra hemma i andra årskurser vilket gjorde att läraren inte ville beröra området. Genom studien som Sjöblom (2015) gjort visade det sig att även eleverna i studien behövde träna på att följa upp varandras frågor för att förbättra sina diskussioner i matematik. Elevernas matematiska kunskaper förbättrades när de började lyssna på varandra och bli en del av varandras resonemang. Emanuelsson (2001) däremot menar att lärarens sätt att besvara och följa upp frågor i hans studie är av vikt för lärare och elevers fortsatta lärande och utveckling. Om interaktionen mellan eleverna i studien ska förbättras bör fokus inte enbart ligga på elevernas samtal utan även på att lära eleverna att lyssna på varandras resonemang menar Sjöblom (2015).

Att sätta elever i grupp innebar inte automatiskt att eleverna interagerade med varandra påpekar Sjöblom (2015) i sin studie. En del grupper behövde hjälp i hur en interaktion inom matematiken går till. Enligt Engvall (2013) kännetecknades lärares handlingar i studien genom att de uppmärksammade elevernas egna tankesätt och att de skapade förutsättningar för kommunikation. Civil (2016) menar genom sin studie att genom ett mer kommunikativt arbetssätt som har bjudit in till diskussioner har eleverna i studien öppnat upp sig, vågat svara på frågor eller hjälpa någon annan. Detta är en tydlig förbättring med arbetet inom en kommunikativ matematik då de tidigare inte sett matematiken på detta vis. Ett mer socialt lärande inom matematik menar Zakaria och Iksan (2006) kräver mer tid för lärarna att förbereda och de måste ständigt ta fram nytt material. Denna typ av lärande och lektioner beskrev lärarna i studien oftast tog längre tid än när de förmedlade kunskapen själv eller när eleverna arbetade i läroböckerna.

Lärarna i Zakaria och Iksans (2006) studie hade en uppfattning om att de var bärare av kunskap och eleverna endast lär av sin lärare. Många lärare i studien såg sig själv som nybörjare när det kom till ett socialt lärande inom matematik vilket innebar att de behövde få kunskap om arbetssättet. En del lärare i studien tvivlade på elevernas förmåga att arbeta i grupp och ansåg att eleverna saknade färdigheter att arbeta i grupp. Sjöblom (2015) antyder att eleverna i studien uttryckte att de behövde tid att arbeta individuellt i kombination med arbete i grupp. Eleverna värderade individuellt arbete högt eftersom de hade den typ av undervisning med sig sedan tidigare. Zakaria och Iksan (2006)

menar att mer kraft av lärarna i studien borde läggas vid att arbeta med elevers förståelse för ett visst koncept för att hjälpa eleverna att bli mer aktiva och ge tillfälle för diskussioner och uppmuntra eleverna att arbeta i par eller med lärarna. Även om interagerande arbete inte kan lösa alla problem inom matematikundervisningen kan det ses som ett alternativ till traditionella metoder i matematikundervisningen anser författarna.

Jakobsson (2012) har i sin svenska studie beskrivit några teoretiska begrepp inom ett sociokulturellt perspektiv. Begreppen gör anspråk på lärprocesser, där fokus varit att beskriva vad som påverkar och förmedlar dessa lärprocesser. Genom kvalitativa metoder har Jakobsson dokumenterat några gymnasieelevers arbete om genetik och etik med hjälp av video- och ljudinspelningar, fältanteckningar och elevernas egna anteckningar och uppsatser utifrån samtal som eleverna har deltagit i. I resultatet framkommer det att ett sociokulturellt perspektiv kan hjälpa till att fördjupa förståelsen när det gäller att utvärdera människors kunskaper och förmågor menar Jakobsson (2012). Eleverna har haft tillgång till anteckningar och andra texter i samtalen när genetikbegrepp har diskuterats. Jakobsson lyfter fram att kunskapsutvecklingen handlade för eleverna om att utveckla en förmåga att relatera till begreppen, förstå dess innebörd och användningen av dem. Denna typ av provsituation ställde andra krav i jämförelse med skolans vanligaste test- eller provmetod, som Jakobsson menar är skriftliga prov. Vid en traditionell provsituation handlade det om att eleverna skulle föra fram sin kunskap och kompetens i en isolerad situation, utan de resurser de normalt sett hade tillgång till. Resurserna innefattade Internet, böcker, interaktion med andra människor etc. Jakobsson menar att enligt ett sociokulturellt perspektiv på lärande kunde metoden ifrågasättas utifrån den utsträckning ett sådant test verkligen beskrev elevernas kunskaper. Jakobsson ifrågasatte även om eleverna någon gång i sin framtid kommer att ställas i en sådan situation där de förväntas lösa ett problem utan alla de resurser som finns tillgängliga. Resurserna i Jakobssons studie kan kopplas till den kulturella delen av ett sociokulturellt perspektiv där artefakter har en stor roll som fysiska verktyg för lärande.

Diskussion

Metoddiskussion

Kunskapsöversikten startade med sökningar i *Nämnares* artikelregister. Efter granskning av dessa artiklar framkom det att dessa inte ansågs som vetenskapliga. Artiklarna ansågs vara relevanta för

syftet med kunskapsöversikten men irrelevanta eftersom de inte klassades som vetenskapliga artiklar. Inklusionskriterier bidrog till en uteslutning av *Nämnares* artiklar.

Innebörden av laborativ matematik fick diskuteras och resulterade i en koppling till konkret matematik och en skildring från det konkreta till det abstrakta. Även innebörden av traditionell matematik diskuterades och kopplades samman med abstrakt matematik som oftast sker genom enskilt arbete i lärobok. Det konkreta arbetssättet kan däremot ske i form av samtal, diskussioner, praktiskt material, vardagsmatematik och kroppen som redskap. Sökningar på ”konkret” och ”social” gav bättre resultat än ”laborativ matematik”, vilket kan bero på en begränsad forskning inom området då benämningen av laborativ matematik används på olika sätt. Sökorden genererade fler relevanta träffar vid användningen av synonymer vilket också resulterade i träffar kopplade till det kommunikativa och därmed intressant för syftet. Genom sökning på synonymer så som ”social” framkom även en del irrelevanta träffar där matematiken skildrades utifrån samhällsklasser. En del sökningar gav en mängd träffar där de första sidorna genomsöktes och artiklar valdes ut för närmre granskning.

Genom sökningar på engelska breddades synen på matematikundervisningen från Sverige till andra delar av världen eftersom att det i Sverige inte finns mycket forskning kring laborativ matematik och problemlösning utifrån ett sociokulturellt perspektiv på lärande. Hänsyn fick tas till andra länders läroplaner och artiklarna fick värderas utifrån om de ansågs relevanta även för en svensk skola. Hänsyn togs till olikheterna i läroplanen men likheterna vid matematikundervisningen i Sverige var överraskande stor. Det framkom att andra delar av världen står inför samma utmaning som Sverige när det kommer till matematikundervisning i skolan.

För att kvalitetssäkra artiklarna som valts ut användes Eriksson Barajas, m.fl. (2013) checklista för kvalitativa artiklar. Fokus låg på att bedöma artiklarnas validitet och reliabilitet för att kunna användas i kunskapsöversikten. En del artiklars metodavsnitt stod inte tydligt i artikeln men valdes att tas med ändå och kategoriseras som vetenskapliga. Eriksson Barajas, m.fl. (2013) finns i åtanke vid urvalet av artiklar i helhet där en kvalitetsundersökning gjordes på artiklarnas helhet överlag. Där fanns artikelförfattarnas tolkningar av data i åtanke. Hur författarna presenterade tidigare forskning som ligger till grund för resultatet och gör att läsaren får syn på utgångspunkten för resultatet togs i åtanke vid urvalet. Forskningsfrågorna skulle även styra metoden och datainsamlingen för artiklarna. Tanken var här att se om alla delar kunde relateras till en helhet i

artikeln. Forskarna skulle vara noggranna i slutsatserna samt kunna redovisa resultatet med en bra grund för att artikeln skulle användas i kunskapsöversikten.

Genom kunskapsöversikten har inte enbart yngre elevers matematikundervisning speglats utan även äldre elevers matematikundervisning finns representerad. Genom att bredda sökningarna till alla årskurser i skolan framkom troligen ett annat resultat än om sökningen enbart skulle inriktat sig på förskoleklass till årskurs tre i den svenska skolan. Resultatet för användningen av den laborativa matematiken är kanske mer förekommande i de lägre åldrarna vilket innebär att resultatet kanske hade visat annorlunda. En annan nackdel är att urvalet var begränsat och kopplingarna mellan laborativt material, problemlösning och ett sociokulturellt perspektiv fanns inte uttryckt i önskad utsträckning.

Nyckelord skapades för kunskapsöversikten och kategorier utifrån forskningens resultat skapades för att få en tydlig bild över resultatets olika delar och innehåll. En del av dessa 17 artiklar var skildringar från andra länder och olika ålderskategorier vilket fick tas i åtanke för att skildra en rättvis bild av studien och undvika en generalisering. Skildringen av yngre barns matematikundervisning kopplat till kunskapsöversiktens titel anses bristfällig, då studierna oftast involverade äldre elever. Detta kan bidra till en generaliserad bild av matematikundervisningen i dagens skola. För att undvika en generalisering har studiers metoder och urval presenteras.

Resultatdiskussion

Forskning som genomförts på området har indikerat att laborativ matematikundervisning och problemlösning där samtal och diskussioner står i fokus anses bristfälliga i dagens skolor. Om de dominerande läroböckerna skulle ge mer plats åt laborativa aktiviteter menar Rystedt och Trygg (2010) att eleverna skulle få en positivare syn på matematiken. För att samtal och diskussioner också ska ges mer utrymme hävdar Swanson och Williams (2014) i sin studie att matematiken kan brytas ner och formas i sociala samspel där ett kommunikativt arbetssätt är i fokus. Ett införande av laborativt material ger dock inte några snabba lösningar för elevernas matematiklärande. Materialet kan däremot inspirera till en ökad lust att lära menar Rystedt och Trygg (2010). Doverberg och Pramling Samuelsson (2004) menar att läraren har en framträdande roll inom matematikundervisningen. Som innebär att öka elevers intresse och väcka deras nyfikenhet för ämnet för att gynna elevers fortsatta lärande och utveckling.

Matematikundervisningen idag verkar enligt forskarna i hög utsträckning utgå från läroböcker och lärarens förmedling av kunskap. Säljö (2014) däremot, menar att samtalet är den viktigaste arenan för lärandet. Att lära av och tillsammans med andra kan skapa flera olika lärsituationer, vilket talar emot förmedlingspedagogiken som vanligtvis förekommer i en läroboksbunden matematikundervisning. Rystedt och Trygg (2010) talar mycket om hur matematiken kan underlättas med kopplingar till vardagen och den konkreta matematiken. Eleverna i forskningen ansåg att matematiken handlar om färdiga procedurer och inte om förståelse i den utsträckning som författarna till bakgrundskapitlet gör. Då det i matematik är viktigt att ha en förståelse för varför och hur man gör något. Hattie (2014) lyfter fram lärarens vikt i undervisningen där lärarens roll är att skapa en förståelse hos eleverna genom olika vinklar och en varierad undervisning för att öka elevernas förståelse och kunskap inom ämnet. Elever som har svårt med en metod ska få chans att använda sig av en annan vinkel eller metod.

Överlag visar forskningen att det finns en föreställning från elevernas sida om vad matematik är och vad som förväntas av eleverna. Många av de äldre eleverna har en positiv inställning till läroboksbunden matematikundervisning och har vuxit upp med den typ av undervisning vilket gör det svårt för dem att anpassa sig till en ny undervisningsform. Hattie (2014) menar att elever har en personlig inställning till skolan och undervisningen redan innan de har börjat årskurs ett vilket kan påverka elevernas prestationer och inställning till lärande. Generellt i resultatet var det de äldre eleverna som inte såg fördelen med laborativ matematikundervisning. Konkret material användes när de inte förstod den abstrakta matematiken, menade de äldre eleverna. Den konkreta matematiken används som en inkörsport för att skapa en förståelse för matematiken som sedan tas bort succesivt när eleverna behärskar det abstrakta. I resultatet framgår det att elever är i behov av en kombination av den abstrakta och konkreta matematiken för att förstå matematikens innebörd. Ser man till möjligheterna att befästa kunskap på olika sätt menar Bernerskog (2007) att ett laborativt arbetssätt är att föredra.

Den kommunikativa delen av matematik är även viktig för elevernas förståelse. Solem (2006) och McIntosh (2008) belyser vikten av att det matematiska språket med användning av matematiska begrepp som blir ett naturligt språk för eleverna. Rystedt och Trygg (2010) betonar också vikten av att kunna skilja på ett matematiskt och vardagligt språk för att öka elevernas förståelse. Riesbeck (2000) menar att eleverna måste få möjlighet att upptäcka de abstrakta begreppen för att utveckla en förståelse. Riesbeck (2008) lyfter fram att användningen av ett för vardagligt språk inom

matematiken kan medföra att elevernas matematiska förmåga hämmas. Dysthe (1996) beskriver ett sociokulturellt perspektiv på lärande där elevernas dialoger står i fokus. Det är därav viktigt att eleverna har en förståelse för matematiken och dess begrepp för att kunna samtala om matematik på ett matematiskt språk.

Jakobsson (2012) problematiserar dagens provsituationer där eleverna förväntas visa sin kunskap i en isolerad situation utan tillgång till resurser. Genom Säljös (2014) sätt att beskriva artefakter dras en parallell mellan resurserna i Jakobssons studie och artefakterna som beskrivs som fysiska verktyg. Artefakterna och resurserna i Jakobssons (2012) studie kan jämföras med ett laborativt material där eleverna tar hjälp av fysiska verktyg för att lösa uppgifter. Eleverna får vanligtvis inte vid provsituationer ta hjälp av fysiska verktyg menar Jakobsson. Genom att se ett laborativt material som artefakter, kan slutsatsen dras att eleverna inte får använda sig av ett laborativt material vid provsituationer för att visa sin kunskap och förståelse. Vilket kan vara negativt för en del elever som är i behov av det konkreta materialet för att förstå den abstrakta matematiken.

Elevernas problemlösningsförmåga verkar enligt forskning bristfällig, trots Läroplanens (Skolverket, 2011) och Skolinspektionens (2009) riktlinjer. Resultatet i ett flertal presenterade studier i kunskapsöversikten visade att lärare måste lära och stötta eleverna i att kommunicera om matematiska begrepp för att matematikens kommunikativa aspekt ska utvecklas. Ett flertal lärare och elever i studierna har en uppfattning om att matematiken syftar till att finna ett rätt svar där eleverna letar efter det korrekta svaret vid problemlösningsuppgifter istället för att fokusera på lösningsstrategier. Detta kan vara en konsekvens av en mer läroboksbunden undervisning som eleverna har med sig sedan tidigare. Anderberg och Källgården (2007) menar att läroböcker oftast har ett rätt svar på en lösning.

Konklusion och implikation

Denna kunskapsöversikt belyser vikten av ett kommunikativt klassrum i samband med matematikundervisning. Den speglar hur eleverna behöver ett vardagligt och meningsfullt sammanhang i matematikundervisningen. Detta för att göra matematiken mindre komplex och öka elevernas förståelse för matematik och hur det sker i vardagen. En läroboksbunden matematikundervisning dominerar enligt forskningen. Det saknas ett kommunikativt klassrum med utrymme för frågor och mer problemlösningsuppgifter samt fler inslag av konkret matematik.

Elevernas inställning till matematikundervisningen kan vara en anledning till att den mer sociokulturella synen på matematik, med begrepp, språk och kommunikation i fokus inte förekommer i dagens undervisning. Skolan domineras ofta av eget arbete och en syn av att eleverna lär av varandra saknas och lärarens förmedling av kunskap står i fokus, där läraren bär på kunskapen och inte eleverna.

Genom Läroplanens (Skolverket, 2011) matematiska förmågor finns en stark koppling till laborativ matematik och problemlösning genom ett sociokulturellt perspektiv på lärande. Eleverna får genom detta arbetssätt träna alla fem förmågor (begreppsförmåga, resonemangsförmåga, kommunikationsförmåga, metodförmåga, problemlösningsförmåga) vilket talar för ett mer laborativt och problemlösande klassrum med fokus på ett kommunikativt arbetssätt.

Kunskapsöversikten har innefattat internationell forskning med samma brister som synliggörs i svensk skola. Det finns en röd tråd i att den internationella matematikundervisningen är i behov av förbättring. Vid fortsatt forskning står kombinationen av en laborativ matematik och problemlösning i ett kommunikativt klassrum i fokus. Vidare forskning kan leda till följande fråga: Vilka effekter har ett laborativt arbetssätt för elevernas lärande jämfört med en läroboksbunden matematikundervisning?

Referenser

Anderberg, B. & Källgården, E. (2007). *Matematik i skolan: didaktik, metodik och praktik*. (1. uppl.) Stockholm: Bengt Anderberg läromedel.

Berggren, P. & Lindroth, M. (2004). *Positiv matematik: lustfyllt lärande för alla*. Solna: Ekelund.

*Bernerskog, A-C. (2007). *Matematik med hela kroppen - inte bara med knoppen*. Tillgänglig: <https://dspace.mah.se/bitstream/handle/2043/3475/bernernskog2005.pdf?sequence=1&isAllkälowed=y>

*Civil, M. (2016). Everyday Mathematics, Mathematicians' Mathematics, and School Mathematics: Can We Bring Them Together? *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 11, 40-63. Doi: 10.2307/749964

*Doverberg, E. & Pramling Samuelsson, I. (2004). Varför skall barn inte märka att de lär sig matematik? *Nämna*, (3), 2-5.

Dysthe, O. (1996). *Det flerstämmiga klassrummet: att skriva och samtala för att lära*. Lund: Studentlitteratur.

*Emanuelsson, J. (2001). *En fråga om frågor: hur lärares frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturkunskap* (Doktorsavhandling, Göteborg studies in educational sciences 168) Göteborg: Acta universitatis Gothoburgensis. Tillgänglig: https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/8448/1/gupea_2077_8448_1.pdf

*Engvall, M. (2013). *Handlingar i matematikklassrummet: en studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus* (Doktorsavhandling, Linköping Studies in Behavioural Science No. 178) Linköping: Linköpings universitet. Tillgänglig: <http://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:660675/FULLTEXT01.pdf>

Eriksson Barajas, K., Forsberg, C. & Wengström, Y. (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap: vägledning vid examensarbeten och vetenskapliga artiklar*. (1. utg.) Stockholm: Natur & Kultur.

- Hattie, J. (2014). *Synligt lärande: en syntes av mer än 800 metaanalyser om vad som påverkar elevers skolresultat*. (1. utg.) Stockholm: Natur & Kultur.
- *Holmberg, K. & Ranagården, L. (2016). Logics of “Good teaching” Exploring mathematics education in primary school in Sweden. *Athens Journal of Education* X(Y), 1-16.
- *Jakobsson, A. (2012). Sociokulturella perspektiv på lärande och utveckling: lärande som begreppsmässig precisering och koordinering. *Pedagogisk forskning*, 17(3-4), 152-170.
- Jansson, A, Josefsson, A & Persson, U. (2007). *Kommunicera mera: En studie av hur matematiklärares uppfattningar om kommunikation i matematikundervisningen förhåller sig till ett sociokulturellt perspektiv på lärande* (Examensarbete, Örebro, Pedagogiska institutionen). Tillgänglig: <http://oru.diva-portal.org/smash/get/diva2:135483/FULLTEXT01.pdf>
- *Karlsson, E. & Wennergren, A-C. (2014). Att använda elevsvar i undervisningen. *Forskning om undervisning och lärande*, (13), 53-66.
- Karlsson, N. & Kilborn, W. (2015). *Problemlösning och matematisk modellering*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups Utbildning.
- *Kellner, E. & Attorps, I. (2015). Primary school teachers’ concerns and needs in biology and mathematics teaching. *Nordina*, 11(3), 282-292.
- Lundberg, I. & Sterner, G. (2009). *Dyskalkyli finns det? aktuell forskning om svårigheter att förstå och använda tal*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.
- Malmer, G. (1996). Matematiksvårigheter och dyslexi – ett försummat samband. *Nämnamnaren*, (4), 32-37.
- Malmö högskola. (2011). Guide till självständigt arbete i fördjupningsämnet på grundnivå: Kunskapsöversikt. Hämtad 2016-04-19. Tillgänglig: <https://www.mah.se/upload/FAKULTETER/LS/Utbildning/Examensarbetet/Kursguide%20SAG%20kunskaps%C3%B6versikt.pdf>

- McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal: en handbok*. (1. uppl.) Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning, Göteborgs universitet.
- Palm, T. (2003). Problem med verkligheten. *Nämnamn*, (4), 14-20.
- *Perry, M., McConney, M., Flevares, L.M., Mingle, L.A. & Hamm, J.V. (2011). Engaging first graders to participate as students of mathematics. *Theory Into Practice*, 50(4), 293- 299. Doi: 10.1080/00405841.2011.607388
- *Riesbeck, E. (2008). *På tal om matematik: Matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen* (Licentiatavhandling, Linköping Studies in Behavioural Science No. 129) Linköping: Institutionen för beteendevetenskap och lärande. Tillgänglig: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:17750/FULLTEXT01.pdf>
- *Riesbeck, E. (2000). *Interaktion och problemlösning: att kommunicera om och med matematik*. (Licentiatavhandling, Linköping: Linköpings universitet, FIF-avhandling nr 42-00). Tillgänglig: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-112121>
- Rystedt, E. & Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning: vad vet vi?* (1. uppl.) Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.
- *Sjöblom, M. (2015). *Promoting student-to-student interactions in mathematics: A study in a multilingual upper secondary classroom* (Licentiatavhandling, Licentiate Dissertation Series 2015:40) Malmö högskola: Malmö Studies in Educational Sciences Tillgänglig: <http://dspace.mah.se/handle/2043/18939>
- Skolinspektionen. (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Stockholm: Skolinspektionen.
- Skolverket (2008). *Mer än matematik*. Liber distribution. <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1891>
- Skolverket (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2014). Pisa 2012 Hämtad 2016-04-18, tillgänglig: <http://www.skolverket.se/statistik-och-utvardering/internationella-studier/pisa/pisa-2012-1.167616>

Solem, I.H. (2006). *Det matematiska barnet*. Stockholm: Natur & Kultur.

*Swanson, D. & Williams, J. (2014). Making abstract mathematics concrete in and out of school. *Springer, Educ Stud Math* 86(2), 193–209, Doi: 10.1007/s10649-014-9536-4

*Szabo, A. (2013). *Matematiska förmågors interaktion och det matematiska minnets roll vid lösning av matematiska problem* (Licentiatavhandling, 4) Stockholm: Institutionen för matematikämnets och naturvetenskapsämnenas didaktik. Tillgänglig: http://www.mnd.su.se/polopoly_fs/1.130244.1364913493!/menu/standard/file/Attila_Szabo-Matamatiske_formagor.pdf

Säljö, R. (2014). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv*. (3. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Säljö, R. (2010). *Lärande och kulturella redskap: om lärprocesser och det kollektiva minnet*. (2. uppl.) Stockholm: Norstedt.

*Wester, R. (2015). *Matematikundervisning utifrån ett elevperspektiv* (Licentiatavhandling, Licentiate Dissertation Series 2015:36) Malmö högskola: Lärande och samhälle DME Forskarskola. Tillgänglig: <http://dspace.mah.se/handle/2043/18169>

*Zakaria, E. & Iksan, Z. (2006). Promoting Cooperative Learning in Science and Mathematics Education: A Malaysian Perspective. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 3(1), 35-39.

Bilagor

Bilaga A1 – Sökordstabell

Databas	Sökord	Avgränsning	Träffar	Valda källor	Titel
Summon	Barns lärande i matematik	Endast artiklar	38	1	Varför skall barn inte märka att de lär sig matematik?
Ebsco	Mathematics AND abstract AND concrete AND school	Scholarly and Peer-review, fulltext och 2010-2016	138	1	Making abstract mathematics concrete in and out of school.
Avhandlingar.se	Problemlösning		42	2	Matematiska förmågors interaktion och det matematiska minnets roll av matematiska problem. På tal om matematik.
Avhandlingar.se	Problemlösning AND matematik		11	1	Interaktion och problemlösning – att kommunicera om och med matematik
Avhandlingar.se	Margareta Engvall		1	1	Handlingar i matematikklassrummet: En studie av undervisningsverksamhet er på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus.
Libris	Problemlösning AND matematik		15	1	Matematikundervisning utifrån ett elevperspektiv.
Swepub	Lärande matematik	Språk: swe, tidskriftsartikel, referegranskat	8	1	Att använda elevsvar i undervisningen
Swepub	Primary education math	Tidskriftsartikel, referegranskat	5	1	Logics of "Good teaching": Exploring Mathematics Education in Primary School in Sweden.ics of "Good teaching"
Swepub	Rolig matematik		1	1	Matematik med hela kroppen – inte bara med knoppen

Bilaga A2 – Sökordstabell

Databas	Sökord	Avgränsning	Träffar	Valda källor	Titel
Avhandlingar.se	En fråga om frågor:	Språk: svenska Fulltext	19	1	En fråga om frågor: Hur lärares frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturvetenskap
Google Scholar	Primary science education experimental math		723 000	1	Promoting cooperative learning in science and mathematics.
Ebsco	Mathematics AND socialization		35	1	Engaging first graders to participate as students of mathematics.
					Sociokulturella perspektiv på lärande och utveckling: lärande som begreppsmässig precisering och koordinering
Summon	Everyday mathematics school	Scholarly and Peer-review	25 610	1	Everyday mathematics, mathematicans' mathematics and school mathematicans: Can we bring them together?
Summon	Naturorienterande ämne	Fulltext Scholarly & Peer-Review	7	1	Primary school teachers' concerns and needs in biology and matematics teaching
Swepub	Promoting AND interaction AND mathematics		2	1	Promoting student-to-student ineration in mathematics.

Bilaga B1 – Artikelöversikt

Författare	Titel	Syfte	Metod	Resultat
Margareta Engvall (2013)	Handlingar i matematikklassrummet: En studie av undervisningsverk samheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus	Beskriva, analysera och förstå matematikundervisningen på lågstadiet.	En svensk Fältstudie på lågstadiet. Datainsamling genom deltagande observation: video- och ljudinspelningar.	Studiens tre frågeställningar besvaras utifrån vad som kännetecknas för lärares och elevers handlingar i klassrummet. Där läraren ses som initiativtagare och elevers handlingar sker ofta till följd av lärarens handlingar.
Eva Kellner och Liris Attorps (2015)	Primary school teachers' concerns and needs in biology and mathematics teaching	Vilka problem finns för lärare i undervisning inom matematik och biologi? Samt vilka behov uppstår gällande lärarens samarbete när det kommer till diskussioner om kunskap och lärarens oro?	Aktionsforskning där lärare och två forskare varit delaktiga i en svensk skola. Lärarnas arbetar med elever från 7-12 år och lärarnas diskussioner har analyserats.	Utvecklingen av ämneskunskap och lärande är en pågående samsamarbetsprocess som är avgörande för en personlig utveckling. Att göra lärares oro och behov tydliga hjälper dom att identifiera och diskutera vikten och likheterna mellan ämneskunskapen, det pedagogiska kunskapsinnehållet och elevers lärande.
Kristina Holmberg och Lisbeth Ranagården (2016)	Logics of "Good teaching": Exploring Mathematics Education in Primary School in Sweden	Syftet är att studera hur lärare och elever i grundskolan pratar om matematikboken och att betona, diskutera och problematisera nya diskurser.	Kvalitativ metod. Datainsamling består av intervjuer och gruppsamtal av elever och lärare på lågstadiet i en svensk skola.	Resultaten av den här artikeln betonar tre framträdande problemområden: skolmatematiken, balans och matematisk ontologi. Författarna belyser hur fältet talar om och beskriver vad som är önskvärt och inte önskvärt i dagens matematikundervisning.

Bilaga B2 – Artikelöversikt

Författare	Titel	Syfte	Metod	Resultat
Effandi Zakaria and Zanaton Iksan (2006)	Promoting cooperative learning in science and mathematics education: A Malaysian Perspective	Hur kan man få en mer traditionell matematik att bli mer elevinriktad, med eleverna i fokus?	Lokala studier från Malaysia granskas och diskuteras kopplat till ett interagerande arbetssätt.	Kommunikativt och interagerandelärande kan inte lösa alla problem inom matematiken och naturvetenskapen men kan ses som ett alternativ till traditionell undervisning. Författarna föredrar att man ska satsa på en förståelse hos eleverna och ett mer aktivt lärande, genom diskussioner där läraren uppmuntrar eleverna att arbeta tillsammans.
Marie Sjöblom (2015)	Promoting student-to-student interaction in mathematics- A study in a multilingual upper secondary classroom	Syftet var att bidra till en förståelse för komplexiteten och förbättra elev till elev kommunikationen i ett matematiskt klassrum för flerspråkiga gymnasieelever. Hur såg förändringarna ut för eleverna och vilka faktorer bidrog till förändringarna?	Designforskningsprojekt med kvalitativa och kvantitativa insamling av data som skedde via intervjuer, observationer på en svensk gymnasieskola.	Det visar sig att få eleverna att lyssna på varandra var lika viktigt som att få eleverna till att tala. När eleverna lyssnade på varandra förbättrades kommunikationen och lösningen av matematiska problem. Eleverna fokuserar även mycket på att finna rätt svar i problemlösningssuppgifterna.
David Swanson & Julian Williams (2014)	Making abstract mathematics concrete in and out of school	Syftet är att visa hur ett sociokulturellt perspektiv skapar en enhetlig förståelse för matematik på arbetsplatsen, i skolan och yrkesmässig matematiskt utbildning.	Fallstudier genomfördes genom observation och intervju i Storbritannien. Dartspelare, elever och yrkespersonal medverkade i studien.	Resultatet visar att det är lättare för eleverna att lösa konkreta uppgifter i en meningsfull situation även om det rör sig om en arbetsplats eller i skolan.

Bilaga B3 – Artikelöversikt

Författare	Titel	Syfte	Metod	Resultat
Elisabet Doverborg & Ingrid Pramling Samuelsson (2004)	Varför skall barn inte märka att de lär sig matematik?	Undersökningens syfte var att ta reda på lärares tankegångar vad gäller med matematik i förskolan och förskoleklassen. Författarna ville även undersöka hur lärarna ser på sin egen roll i barnens matematiklärande.	Kvantitativ metod, enkätundersökning genomförd i förskoleklass och på förskolan i Sverige.	Det laborativa materialet har ett tydligt fokus bland enkätsvaren, dock inga exemplifieringar på hur arbetet ser ut. Två perspektiv på lärande synliggörs i studien.
Ann-Charlotte Bernerskog (2006)	Matematik med hela kroppen – inte bara med knoppen	Att undersöka inom vilka matematiska områden i de tidiga skolåren som det är möjligt att använda kroppen som ett laborativt hjälpmedel. Samt att undersöka vad man vinner med att arbeta med hela kroppen.	Kvalitativ metod, intervjuer med lärare i en svensk skola med fokus på lågstadiet. Eleverna fick genomföra övningar som byggde på matematiska moment med kroppen som redskap.	Resultatet visar att det finns 15 områden i matematikundervisningen där eleverna kan arbeta med kroppen som ett laborativt redskap. Vinsterna med arbetssättet är att eleverna upplever matematiken som rolig och lustfylld. Det ges olika och annorlunda övningstillfällen, läsförståelse och ordkunskap övas och möjlighet till pedagogiskt avbrott ges i form av rörelse.
Eva Riesbeck (2008)	På tal om matematik: matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen	Hur diskurs som teoretiskt/didaktiskt begrepp kan bidra till en utvecklad matematikundervisning.	Observationer av lärare, elever och lärarstudenter i årskurs 5 i en svensk skola vid diskussioner av matematiska problem. Författaren har utgått från en diskursanalys och interaktionsanalys vid analyserna av observationerna.	Det framgår i resultatet att det sällan sker ett möte mellan vardagliga och matematiska begrepp. Elever har svårt att anpassa sig till en mer matematisk begrepps användning vid diskussioner.

Bilaga B4 – Artikelöversikt

Författare	Titel	Syfte	Metod	Resultat
Eva Riesbeck (2000)	Interaktion och problemlösning – att kommunicera om och med matematik	Syftet var att undersöka hur kommunikationen gestaltas under matematiklektioner.	En svensk studie där empiriska undersökningar har gjorts i klassrumsmiljö på mellanstadiet. Kvalitativ metod, videoinspelningar.	Studien visar att elever har svårt i övergången mellan ett vardagligt språk och ett vetenskapligt språk.
Richard Wester (2015)	Matematikundervisning utifrån ett elevperspektiv	Syftet är att synliggöra elevens perspektiv på en förändrad undervisning.	Kvalitativa intervjuer med elever och lärare på högstadiet i Sverige samt användande av elever i fokusgrupper. En objektiv forskarsyn och perspektiv.	Resultatet visar att eleverna är präglade av tidigare undervisningsmetoder och eleverna har svårt att överge den traditionella synen på undervisningen.
Marta Civil (2016)	Everyday Mathematics, Mathematicians' Mathematics, and School Mathematics: Can We Bring Them Together?	Kan vi kombinera vardagsmatematik, matematiker matematik med en tredje typ av matematik skolmatematik? Är det tre olika typer av matematik och i så fall hur är dessa olika?	Aktionsforskning och empirisk insamling via intervjuer, observationer och lärarplaneringar. Studien genomfördes i USA där de deltagande eleverna var 9-10 år.	Eleverna har en klar föreställning om matematik och hur de lär matematik i skolan. Genom studien har eleverna öppnat upp sig för matematisk diskussion och vidgat vyerna för matematik och matematiker.
Attila Szabo (2013)	Matematiska förmågor interaktion och det matematiska minnets roll vid lösning av matematiska problem	Syftet är att undersöka interaktionen mellan matematiska förmågor vid nya matematiska problemlösningssuppgifter.	Kvalitativa forskningsmetoder genom observationer och intervjuer av gymnasieelever på en svensk skola.	Resultatet visar att elever bör lära sig och repetera procedurer inom problemlösning, eftersom procedurer är intimt förknippade med problemlösningssmetoder. Eleverna bör ha kännedom om hur somliga problemtyper kan lösas och på vilket sätt olika lösningsmetoder relaterar till varandra.

Bilaga B5 – Artikelöversikt

Författare	Titel	Syfte	Metod	Resultat
Michelle Perry Marc McConney Lucia M. Flevaras Leigh A. Mingle Jill V. Hamm (2011)	Engaging First Graders to Participate as Students of Mathematics	Vad kan lärare till förstaårselever göra för att skapa studenter i matematik?	Videospelningar av observationer i början, mitten och slutet av skolåret i årskurs ett på en skola i USA.	Resultatet presenterar hur man som lärare kan visa för eleverna att de kan styra över sitt eget lärande. Det handlar om att man som lärare visar och vägleder eleverna in i sin roll för sitt eget lärande. Samtidigt som eleverna får syn på matematiken i vardagen.
Jonas Emanuelsson (2001)	En fråga om frågor: hur lärares frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturvetenskap	Syftet är att beskriva variation i hur lärares frågor i klassrummet öppnar deras möjligheter att se, förstå, uppfatta vad eleverna kan inom matematik.	Naturalistisk studie och teorigenererande fallstudie med observationer och intervjuer i klassrum för årskurs 1-6 i Sverige.	Resultatet visar att ställer vi en fråga på ett visst sätt som adresserar ett visst svar en oföränderlig syn på kunnande, som kan ses på olika sätt. eller Någonting som är oföränderligt (kunskap) men förhållandet till denna kunskap är föränderlig och kan varieras.
Erica Karlsson och Ann- Christine Wennergren (2014)	Att använda elevsvar i undervisningen	Utveckla lärares kunskap om hur de på ett systematiskt sätt kan grunda undervisningen på samtal med utgångspunkt i elevernas förståelse.	Kvalitativ metod. Undervisningen har dokumenteras via videofilmning i årskurs 4 på en svensk skola.	Resultatet av analysen visar att läraren i olika utsträckning använder sig av elevsvar i sin undervisning. Elevsvaren används genom följdfrågor, förstärkning eller uppföljning. En slutsats om att elevsvar ger läraren information om elevernas kunskapsnivå dras.

Bilaga B6 – Artikelöversikt

Författare	Titel	Syfte	Metod	Resultat
Anders Jakobsson (2012)	Sociokulturella perspektiv på lärande och s: lärande som begreppsmässig precisering och koordinering	Syftet var att beskriva några teoretiska begrepp inom ett sociokulturellt perspektiv. Begreppen gör anspråk på att beskriva vad som påverkar och förmedlar lärprocesser.	Kvantitativ metod. Elevernas aktiviteter har dokumenterats med video- och ljudinspelningar, fältanteckningar och insamlat material från eleverna i form av anteckningar och uppsatser. Genomfördes på en svensk gymnasieskola.	Sociokulturella perspektiv kan hjälpa till att fördjupa förståelsen när det gäller att utvärdera människors kunskaper och förmågor. Undersökningen berör begrepp och resultatet visar att kunskapsutvecklingen handlar om att utveckla en förmåga att relatera till begreppen, förstå dess innebörd och användningen av dem.

Josefin Danielsson

Cathrine Karlsson



Besöksadress: Kristian IV:s väg 3
Postadress: Box 823, 301 18 Halmstad
Telefon: 035-16 71 00
E-mail: registrator@hh.se
www.hh.se