

## Med språket som grund till förståelsen

– en kvalitativ studie av lärares uppfattningar kring det matematiska språket, dess användning och betydelse för matematikinläringen.

**Examensarbete läroprogrammet**  
**Slutseminarium:** 100603

**Författare:**

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

**Handledare:**

Catrine Brödje  
Ingrid Nilsson

**Medexaminatorer:**

Lars Kristén  
Åke Nilsén

**Examinator:**

Anders Nelson

## Förord

Denna vår har för vår del inneburit att vi har sett och hört matematikspråk överallt, både i konkret och i abstrakt form. Med det menar vi att vi har uppmärksammat matematikspråket som finns runt omkring oss, men även att mycket matematikspråk snurrat runt inuti våra huvud. Det känns som att vi ibland har levt med denna uppsats dygnet runt. Ibland har det känts som att vi har tagit ett steg framåt i vårt skrivande för att dagen efter ta två steg tillbaka. Det har inneburit frustration och irritation när vi har tagit tag i problemen vi har stött på. Nu när vi är ”färdiga” inser vi att det är en del av processen. Tar man inte dessa steg bakåt kan man aldrig nå slutmålet. Nu är vi framme vid vårt slut. Vårt examensarbete känns klart och vi har förhoppningsvis vår lärarexamen. Vi känner att med denna uppsats är vi bättre rustade inför vårt framtida arbete som lärare.

Vi vill här passa på att tacka varandra för ett gott samarbete, vi har trots allt haft roligt då vi suttit och suckat ihop, peppat varandra och ätit paj. Vi vill också tacka våra respektive familjer, förlåt oss för att vi ibland varit lite tankspridda dessa månader. Det blir nog bättre framöver. Till sist vill vi tacka våra handledare, Ingrid och Catrine, för ett gott samarbete.

Halmstad 22 maj 2010

Katarina och Anette

## Sammanfattning

Syftet med detta arbete är att undersöka hur lärare i år 1 och 2 definierar, använder och introducerar det matematiska språket. Detta bland annat för att förstå vilken roll det matematiska språket spelar för matematikförståelse då det sägs att svenska elevers matematikkunskaper är sämre jämfört med andra länder. Efter analysen av de kvalitativa intervjuerna med de fyra lärarna har vi, efter att ha inspirerats av fenomenografin, jämfört vår analys med vad forskningen anser om ämnet. Vi har utgått från socialkonstruktivismen och därför är kommunikation av olika slag en röd tråd genom vårt arbete. Med kommunikation menar vi här, kommunikation mellan människor, med läroböcker samt kommunikationen med konkretiseringsmaterial. I vår analys har vi kommit fram till 2 strategier med 4-5 kategorier var. Av detta har vi dragit slutsatsen att lärarna i våra intervjuer är ganska klara över sin definition av det matematiska språket, men att det är svårt att förklara innehållet i det matematiska språket på ett kortfattat sätt. De använde sig alla av kommunikation av olika slag, i sin matematikundervisning, för att få elever att bygga upp sin förståelse av det matematiska språket. Det som tydligast skilde lärarna åt i sin introduktion och användning av det matematiska språket var användningen av ett visst begrepp och orsaken till det, utnyttjandet av medveten kommunikation mellan elever och insikten över kopplingen mellan konkretisering och det matematiska språket. Enligt en ny forskning (Olander, 2010) kan elever lättare tillägna sig vetenskapliga begrepp om de får diskutera begreppen med varandra och bygga upp ett interlanguage, ett så kallat blandspråk, mellan deras vardagliga språk och det vetenskapliga språket. Detta tillsammans med Löwings (2004, 2008) uppfattning om att konkretiseringen måste byggas upp med matematiska begrepp så att man senare kan använda konkretiseringen då matematiken blir alltför abstrakt har gett oss grunden till vårt resultat. Matematik behöver utgå från elevernas erfarenhetsvärld, matematikspråkets innebörd måste diskuteras fram mellan elever och mellan lärare och elever samt att det ska finnas koppling i språket mellan konkretiseringen av matematik till det abstrakta. Vad som vi också kommit fram till är att det formella matematikspråket ska finnas i klassrummet oavsett om man diskuterar, arbetar med lärobok eller konkretiserar.

**Nyckelord: matematik, lärare, undervisning, matematikspråk, kommunikation**

# Innehållsförteckning

<b>Förord</b> .....	2
<b>Sammanfattning</b> .....	3
<b>Innehållsförteckning</b> .....	4
<b>1. Inledning</b> .....	7
<b>1.1 Begreppsdefinitioner</b> .....	8
1.1.1 Matematikspråk .....	8
<b>1.2 Syfte</b> .....	9
1.2.1 Frågeställningar .....	9
<b>2. Teorianknytning</b> .....	10
<b>2.1 Teoretisk utgångspunkt</b> .....	10
<b>2.2 Svenska elevers matematikresultat</b> .....	12
2.2.1 Nationella prov .....	12
2.2.2 Resultat nationella prov år 5 i matematik .....	12
2.2.3 Resultat nationella prov år 3 i matematik .....	12
2.2.4 PISA - Programme for International Student Assessment .....	12
2.2.5 TIMSS 2007 .....	13
<b>2.3 Tidigare forskning</b> .....	14
2.3.1 Varför blir matematik svårt? .....	14
2.3.2 Matematikspråk .....	15
2.3.3 Barns möte med matematik och matematikspråk .....	17
2.3.4 Konkretisering .....	18
2.3.5 Begreppsutveckling vid samtal .....	20
2.3.6 Lärobok .....	22
<b>3. Metod</b> .....	24
<b>3.1 Urval</b> .....	24
<b>3.2 Insamlingsmetod</b> .....	25

<b>3.3 Tillvägagångssätt</b> .....	26
<b>3.4 Analysmetod</b> .....	27
<b>3.5 Verifiering</b> .....	28
3.5.1 Reliabilitet .....	28
3.5.2 Validitet .....	29
3.5.3 Generalisering .....	29
<b>4. Resultat och analys</b> .....	30
<b>4.1. Vårt förhållningssätt</b> .....	30
<b>4.2 De intervjuades bakgrund</b> .....	30
<b>4.3 Definition av det matematiska språket</b> .....	31
4.3.1 Enheter.....	31
4.3.2 Vardagsbegrepp.....	32
4.3.3 Symboler och begrepp .....	33
4.3.4 Ord i ett sammanhang .....	34
<b>4.4 Introduktion och användning av det matematiska språket</b> .....	35
4.4.1 Användning av lärobok.....	36
4.4.2 Konkretisera matematik .....	38
4.4.3 Kommunikation .....	41
4.4.4 Symboler och begrepp .....	42
4.4.5 Strategier .....	44
<b>5. Diskussion</b> .....	46
<b>5.1 Sammanfattning av analys</b> .....	46
<b>5.2 Diskussion av analys</b> .....	46
5.2.1 Vad innebär det matematiska språket för de fyra lärarna? .....	46
5.2.2 Vad i det matematiska språket introducerar lärarna först? .....	49
5.2.3 Hur menar lärarna i intervjun att de introducerar nya begrepp?.....	50

<b>5.2.4 Vilken betydelse anser lärarna att användningen av det matematiska språket har för elevernas matematikförståelse?</b> .....	52
<b>5.3 Slutdiskussion</b> .....	53
<b>5.4 Framtida forskning</b> .....	56
<b>6. Referenslista</b> .....	57
<b>6.1 Elektroniska källor</b> .....	59
<b>Bilaga 1</b> .....	60
<b>Bilaga 2</b> .....	61

## 1. Inledning

Sverige sägs kämpa mot dåliga resultat i olika nationella undersökningar och även mot, som vi har uppfattat det, många elevers tankar om att matematik är svårt och tråkigt. Som blivande lärare i de tidiga åldrarna med bland annat inriktning matematik, är vår uppfattning att skolverket på grund av detta genomför en storsatsning inom matematiken för dessa årskurser.

Det var efter att ha tagit del av Ann Ahlbergs avhandling, *Meeting Mathematics* (1998), där hon bland annat har skrivit att barn börjar sin förståelse av matematik redan som spädbarn och att många barn redan kan lösa matematiska problem när de börjar skolan, som vi hittade ett problem att arbeta vidare med. Sett utifrån vad Ahlberg anser om små barn och matematik, borde barn bli duktiga på matematik i skolan, men internationella och nationella forskningsresultat visar tvärtom. Vi har under våra respektive vfu-perioder (Verksamhets förlagd utbildning) genom samtal med barnen märkt hur svårt det matematiska språket kan vara för dem. En aktuell forskning, *Towards an interlanguage of biological evolution* (Olander, 2010), visar att man genom elevernas vardagsspråk kan öka möjligheterna till att förstå vetenskapliga termer. Det stärker vår tanke med att kommunikationen i klassrummet inte bör vara en envägskommunikation lärare till elev eller kommunikation mellan elev och lärobok, utan det bör till stor del vara ett samtal mellan läraren och eleverna och mellan elever och elever. För att kommunikationen ska leda till utveckling av det matematiska språket hos eleverna krävs dock vissa villkor såsom kunskap om elevernas förförståelse (Ahlberg, 1998:260), rätt gruppammansättning för målet med undervisningen (Ibid:45) och lärarens användning av det matematiska språket (Löwing, 2004:72, 261).

Kommunikation på olika sätt är en således utgångspunkt i vår undersökning. Det här innebär att vi utgår från socialkonstruktivismen i vår uppsats då dess inriktning, enligt Imsen (2006:278), stödjer sig på språkets betydelse. Socialkonstruktivismen hänvisar till Vygotskijs teorier när det gäller barns inläring (Ibid.). Vygotskij (Johnsenn Hoines, 1998:78, 91) menar att språk av andra ordningen, såsom matematiskt språk, måste översättas genom språk av första ordningen för att göra språket användbart och förståligt för barn. Språk av första ordningen är det språk som vi uttrycker oss med och förstår innebörden av.

För att ta reda på hur vi ska gå tillväga för att ge våra framtida elever en chans i matematik, och en möjlighet att inte förknippa matematik med något som är svårt och tråkigt när de matematiska kraven ökar i och med högre årskurser, vill vi ta reda på mer om hur lärare

introducerar och använder det matematiska språket. Vår uppsats grundar sig i hur 4 lärare i år 1-2 tolkar och reflekterar kring begreppet och användningen av det matematiska språket. Vi har i vår undersökningsmetod inspirerats utifrån en fenomenografisk metod (Uljens, 1989:10). En fenomenografisk metod ska belysa de uppfattningar som finns kring ett fenomen för att vidare finna skillnader/likheter hos, i vårt fall, lärarnas uppfattningar av det matematiska språket (Ibid.). De likheter och skillnader som vi funnit kommer presenteras i olika kategorier utifrån två tabeller.

## **1.1 Begreppsdefinitioner**

Här tar vi upp definition av matematikspråk som vi anser är viktig för förståelsen av det vi har skrivit. Vi har utgått från en forskares definition samt ett citat från Myndigheten för skolutveckling och genom dem gjort vår egen definition. Vi har i vår undersökning inte skilt på uttrycken matematiskt språk och matematikspråk utan de utgår från samma definition.

### **1.1.1 Matematikspråk**

**Matematikspråk:** Häggblom beskriver det på följande sätt: ”Matematikspråket består av termer, symboler, beteckningar, bilder och diagram som är specifika för matematiken” (2000:15).

Myndigheten för skolutveckling beskriver matematikspråket på följande sätt: ”Matematiskt språk skiljer sig från vardagligt språk. Medan man i vardagligt språk uttrycker ett matematiskt problem med t.ex. *Två äpplen och fem äpplen blir sju äpplen tillsammans* uttrycker man i matematiskt språk detta genom *Summan av två och fem är sju*. Inom matematiken finns också det så kallade symbolspråket och med detta uttrycks samma sak med  $2+5=7$ ” (2008:16).

**Vår definition** av matematikspråket är att det består av: ord, ord i ett sammanhang, termer, symboler, beteckningar, bilder och diagram som är specifika för matematiken.

Ordet term har flera betydelser såsom ”i matematiken en storhet förbunden med andra storheter genom plus- eller minustecken” eller ”ord eller uttryck med fastställd definition i en viss terminologi” (Ne A, 2010). Därför lägger vi till ordet ord i vår definition för att ord i sig kan höra till det matematiska språket, till exempel volym eller bråk. Term syftar för oss mer på siffran i en aritmetik, till exempel är siffran 3 och siffran 5 i uttrycket  $3+5$  termer. Vi lägger också till ordet sammanhang då sammanhang är en viktig del inom matematikspråk då ord har olika betydelse i olika sammanhang samt olika betydelse i vardagen jämfört med matematikspråket.



## **1.2 Syfte**

Att undersöka på vilket sätt 4 lärare i en kommun i sydvästra Sverige definierar, introducerar och använder det matematiska språket i år 1-2.

Det är viktigt att som lärare synliggöra sin definition av det matematiska språket, för att lättare förstå vilka delar av det matematiska språket som kan vara svåra för eleverna att ta till sig. Det är även viktigt att reflektera över det matematiska språket som man som lärare använder för att undvika eventuella missuppfattningar i elevernas framtida matematikförståelse på grund av att man som lärare använt ett felaktigt matematiskt språk. Denna undersökning är också viktig för att ta reda på om det matematiska språket har betydelse för den matematiska förståelsen, då forskningsresultat visar att svenska elevers matematikkunskaper och förståelse är sämre än om man jämför med andra länder.

### **1.2.1 Frågeställningar**

- Vad innebär det matematiska språket för de fyra lärarna?
- Vad i det matematiska språket anser lärarna att de introducerar först?
- Hur menar lärarna i intervjun att de introducerar nya begrepp?
- Vilken betydelse anser lärarna att användningen av det matematiska språket har för elevernas matematikförståelse?

## 2. Teorianknytning

Vi börjar här med att förklara socialkonstruktivism som är den teoretiska utgångspunkten i denna undersökning. Därefter följer svenska elevers matematikresultat i nationella och internationella undersökningar. Slutligen presenteras den tidigare forskning som vi valt att belysa och anser är relevant inom vårt valda ämne.

Styrdokument, läroplan och kursplan i matematik ligger som bilaga 2. Att dessa ligger som bilaga och inte ingår i texten är för att dokumenten innehåller mycket text som inte går att sammanfatta på något enkelt sätt utan att missförstås. Vi har därför valt att ha med dem som bilaga istället. Då vi fokuserat på år 1-2 i skolan och matematiskt språk är det de inom skolans styrdokument och läroplan som vi förhåller oss till i bilagan. I övrigt är det språk och socialt samspel som är det som genomsyrar våra studier om tidigare forskning. Då vi anser att matematikspråk är ett vetenskapligt språk har vi även använt oss av forskning om naturvetenskapligt språk.

### 2.1 Teoretisk utgångspunkt

Enligt Barlebo Wenneberg (2001:12-13) menar socialkonstruktivisterna att vår kunskap och det vi människor vet är socialt konstruerade faktorer. Den kunskap människan har kommer bland annat från språket som man har tagit till sig under den tid man har levt. Språket är också socialt konstruerat, människorna har skapat det tillsammans. I och med att språket är socialt konstruerat blir kunskapen om verkligheten också socialt konstruerad. Men det som människan uppfattar som naturligt ska inte tas för givet utan ska utforskas. Det är det synsättet som gör socialkonstruktivismen användbar för människan. Även Alvesson och Sköldbberg (2008:84 ff) framställer socialkonstruktivismen som något som beskriver olika verkligheter och att språket har stor betydelse för vårt "sociala kunskapsförråd". Fortsättningsvis menar Barlebo Wenneberg (2001:30) att socialkonstruktivismen innebär inte bara att undra om något är sant eller falskt utan man undrar också hur vetenskapen kommit till. Det sanna ska inte uppfattas som självförklarande. Syftet med socialkonstruktivism är att producera vetenskap som man kan lita på och som då är användbar i samhället. Man vill se vetenskapen som en medvetet utformad social institution och inte slumpartad vetenskap som kommer från ett antal genier (Barlebo Wenneberg, Ibid:177).

Imsen (2006:402) menar att konstruktivistiska teorier oftast anser att kunskap är en individuell process och fokus ligger på den enskilda elevens lärande. Sociokulturell teori handlar mer om att det är den sociala gemenskapen som är upphov till elevens lärande. Men

det finns konstruktivistiska varianter av sociokulturell teori som har ett socialt syfte och ser lärandet för eleverna som en funktion av social gemenskap. Det kan därför vara svårt att se skillnaderna mellan konstruktivistiska, socialkonstruktivistiska och sociokulturella infallsvinklar på elevernas lärande.

Vad man dock kan säga som ett kännetecken för socialkonstruktivismens inriktning är att den stödjer sig på språkets betydelse och Vygotskijs teorier vad gäller barns inläring (Imsen 2006:278). Vad som utmärker en pedagogik inspirerad av Vygotskij är att den innefattar både ett individuellt och ett socialt perspektiv på lärande. Språket som redskap och läraren som hjälpare står i centrum samt den proximala utvecklingszonen som mötesplats mellan gammal och ny kunskap för eleven (Imsen, Ibid:402). Närmsta utvecklingszonen betecknar alltså skillnaden mellan det som ett barn kan handskas med själv eller lösa själv på det kognitiva området och de uppgifter som barnet kan lösa med samarbete med vuxen eller med mer kompetent person (Bråten & Thurmann-Moe, 1998:105).

Vygotskij ansåg att det individuella självständiga tänkandet kom av det sociala samspelet mellan barnet och andra människor (Imsen, 2006:312). Vidare ansåg Vygotskij (Z.Ozerk, 1998:84) att språk och tänkande är oskiljaktiga och att begreppsutveckling är av avgörande betydelse för barnets språkutveckling. Utveckling av begrepp äger rum genom kommunikation, förståelse o problemlösning. Begreppen utvecklas när barn arbetar aktivt på att finna lösningar på problem (Ibid). Vygotskij (Bråten, 1998:21) studerade de begrepp som lärdes in genom skolundervisningen. Han menade att de begreppen var vetenskapliga medan spontana begrepp kom från barnens vardagsupplevelser. För att barn ska kunna lära sig vetenskapliga begrepp är det viktigt att på förhand utveckla spontana begrepp i vardagslivet att bygga vidare på. Inläringen av vetenskapliga begrepp kommer å sin sida att återverka på de spontana begrepp och bidra till ökad systematik, medvetenhet och en hierarkisk organisation i barnets tänkande (Ibid.).

Detta har också Olander (2010:108) utgått ifrån i sin avhandling och menar även att Vygotskij skilde mellan ett ords betydelse och dess innebörd. Ett ords betydelse, menar Vygotskij, är den stabila zonen av ett ord och är den generaliserade, kollektiva meningen. Ett ords innebörd är mer den personliga meningen av ett ord. För att förstå ett ord måste den sättas in i ett sammanhang och när innebörden i ett ord argumenteras för eller emot ökas möjligheten att man kommer överens om vad ett ord betyder. På det sättet kan ett ord, genom diskussioner, gå från ett ords betydelse till att bli ett ord med innebörd.

## **2.2 Svenska elevers matematikresultat**

Löwing (2004:13) menar att det inte är någon nyhet att svenska elever har dåliga matematikkunskaper. Hon tar upp ett flertal rapporter om detta som sträcker sig bakåt till 1986. Vi börjar med att gå igenom hur man nationellt och internationellt mätt elevers matematikkunskaper. Vidare rör vi lätt vid vad resultatet säger om vad svenska elever brister i när det gäller matematik för att förstå om det matematiska språket kan vara en orsak eller inte till bristerna i elevernas dåliga matematikkunskaper. För att skaffa oss en förståelse för vad elever anser vara svårt och tråkigt när det gäller matematik skriver vi också om några forskares och andra författares uppfattning om orsaken.

### **2.2.1 Nationella prov**

Skolverket (D) tillhandahåller nationella prov för grundskola och gymnasial utbildning och genomförs bland annat i matematik. Syftet med de nationella proven är att se om kunskapsmålen för ämnet nås sett både ur eleven för enskild person skull, för skolan som helhet och på en nationell nivå. De nationella proven bidrar också till att eleverna själva lättare kan uppfatta om de når sina kunskapsmål.

### **2.2.2 Resultat nationella prov år 5 i matematik**

Det som eleverna har lyckats bäst med 2008 var bland annat geometri och mätningar. Delarna med subtraktion var det som eleverna klarade sämst i resultaten 2006 - 2008. Elevsvaren visade att de har brist på fungerande strategier. Vad man också kom fram till, vid jämförelse mellan uppgifter med eller utan text som ska lösas med samma beräkningar, var att eleverna klarade textuppgifterna bättre 2008 än 2007 (Skolverket E).

### **2.2.3 Resultat nationella prov år 3 i matematik**

Elevernas resultat vid detta första nationella prov i år 3 visar att eleverna har bäst kunskaper i taluppfattning och i att kunna beskriva och jämföra geometriska figurer och rumsuppfattning. Det som de hade svårast med var vad de olika räknesätten står för. Som exempel tar man i huvudräkningsdelen upp ett vanligt svarsfel i uppgiften  $17 = 14 + \underline{\quad}$ . 15 % av eleverna har där angett 31, de har adderat 17 och 14 istället för att till exempel resonera ”vad ska jag lägga till 14 så att det blir 17” (Skolverket F).

### **2.2.4 PISA - Programme for International Student Assessment**

PISA är ett internationellt projekt som genomförs var tredje år av OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development, en organisation för ekonomiskt samarbete och utveckling med ett flertal länder som medlemmar). Syftet med projektet är att mäta hur elever

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

som är på väg att gå ur grundskolan kommer att klara av framtiden (Skolverket G). 2009 genomfördes de senaste undersökningarna och resultatet från internationella samt nationella rapporter kommer under december 2010 (Skolverket H).

Målet med PISA undersökningen i matematik är att tillämpa matematik i realistiska situationer. Resultatet från matematikundersökningen sammanställs under sex olika prestationsnivåer. Till exempel kan elever på nivå 1 lösa uppgifter där all information tydligt framgår och eleverna bara behöver göra rutinmässiga uträkningar. Ju högre prestationsnivå visar eleverna att de kan lösa uppgifter genom att hantera symboler och koppla dem till verkligheten samtidigt som de flexibelt förklarar sina tolkningar. I Sverige klarade 33 % av 15-åringarna nivå 4 eller högre. Detta kan jämföras med bland annat Finland och Sydkorea där 50 % klarade nivå 4 eller högre. Resultatet från PISA 2006 visar att Sverige skiljer sig inte från OECD ländernas genomsnitt. Svenska 15-åringar har inte blivit sämre i matematik jämfört med tidigare PISA undersökningar. Skillnaden är att det är fler länder än tidigare som visar högre resultat vilket innebär att Sveriges relativa position har försämrats. Vad som också märks är att de högpresterande eleverna presterar lägre än tidigare medan lågpresterande elever ligger kvar på samma medelvärde. Detta visar att spridningen i matematikresultat har minskat något (Skolverket I).

### **2.2.5 TIMSS 2007**

En annan internationell undersökning som svenska elever ingår i är TIMSS- Trends In Mathematics and Science Study. Undersökningen avser att mäta elevers kunskaper i matematik och NO i både årskurs 4 och 8. Studien genomförs vart fjärde år och möjliggör trendanalyser. TIMSS syftar också till att öka förståelsen för orsakerna till och konsekvenserna av observerade skillnader i förmåga (Skolverket J).

Från 2007 års undersökning i matematik kom man bland annat fram till att elevers taluppfattning och beräkningsprocedurer inte har utvecklats tillräckligt. Det var speciellt problematiskt för eleverna när subtraktion mellan tal där tiotalen och hundratalen ändrades, som  $193 - 97$  (Skolverket K).

Man tror att eleverna under de tidiga åren i grundskolan övar in felaktiga strategier som de sedan fortsätter att använda. De elever som klarar uppgifterna bäst verkar vara de som klarar av standardalgoritmerna, det vill säga standarduppställningar, för de fyra räknesätten. Undervisningens inriktning på procedurer kan vara en bidragande orsak till låga

lösningssfrekvenser, speciellt när sammanhanget är något annorlunda än vad eleverna är vana vid. (Skolverket K).

## **2.3 Tidigare forskning**

### **2.3.1 Varför blir matematik svårt?**

Stendrup (2001:16, 17) menar att matematik anses vara ett förståelse- och begåvningsämne och att många har en dålig självkänsla när det gäller matematik. Eleverna tror inte att de är intelligenta inom matematik, de accepterar det och tror att det är någonting de får leva med. Eleverna tror ofta att det beror på dem själva eller läraren, sällan tror de att deras svårigheter med matematiken beror på undervisningen.

Nilsson (2005:2) anser att hans erfarenhet som lärare på högstadieskolor säger att många elever tycker att matematik är svårt, en del tycker att den är tråkig men skulle kanske kunna prestera bättre om de fann matematiken intressant. Nilsson anser att en slutsats man kan dra av det är att matematikundervisningen i grundskolan inte engagerat eleverna och att förklaringar och arbetssätt för dessa elever skulle förbättras. Staberg (2002:256) menar att eleverna på naturvetenskapligt program, där eleverna bör ha relativt lätt för matematik, tycker att man räknar matematik för räknandets skull. Eleverna tycker att matematiken är alltför abstrakt (med abstrakt menas något som saknar individuella drag eller påtaglighet och dess motsats är konkret Ne D, 2010) och inte går att ta på. De anser att det är lättare med till exempel fysik där man laborerar och ser att teorierna stämmer. Eleverna vet inte heller vad man ska ha matematiken till, ingen lärare ger något mer svar än att det behövs till senare inom matematiken.

Löwing (2004:13) menar att lärare vill hjälpa eleverna att förstå matematik och att de flesta elever vill lära sig. En förklaring till att eleverna inte bygger upp någon större matematikförståelse trots lärarnas försök till det menar Löwing (Ibid.) att Madsén har då han påstår att lärare idag inte undervisar utan handleder eleverna. Detta har också Löwing sett i sin studie (Ibid:257) där lärare har spelat rollen som handledare då eleverna själva skall få skapa sin kunskap. Detta gjorde att (Ibid, 258) många elever blev utan hjälp och den hjälp som gavs var ganska ineffektiv. Löwing (2008:10, 11) menar också att det är procedurmatematiken som dominerar undervisningen, vilket kan beskrivas som att eleverna bara genomför matematiska övningar istället för att de skapar förståelse och därmed kan sätta övningarna i ett sammanhang. När de i årskurserna högre upp möter mer formell matematik kan de bara acceptera formler utan att ha en chans att förstå dem. Löwing (2004:92) visar på

en undersökning som gjordes av NCM, Nationellt Centrum för Matematik, som lägger stor del av skulden på elevers dåliga matematikförståelse på lärares beroende av lärobok. De lärare som enbart, eller till största delen, använder matematikboken som undervisning blir denna den fasta ram som läraren använder. De lärare som ibland ersätter läroboken med egna idéer har läroboken som en rörlig ram som ändras när man så tycker. Det här tas också upp i *Mer än matematik* (Myndigheten för skolutveckling, 2008:9). Där anser man att eleverna i de lägre åldrarna verkar tycka att matematik är lika roligt som allt annat i skolan. När eleverna kommer upp i årskurs 4-6 verkar entusiasmen för matematik försvinna och det märks en tydligare skillnad mellan de elever som förstår texterna och de som inte förstår dem. Författarna hänvisar här till Parszyk, som 1999 gjorde en studie i minoritetslevers skolsituation, som visar att de som tyckte att matematik var tråkig var oftast de som inte förstod texterna. Författarna till *Mer än matematik* (Ibid.) tror att en av anledningarna till att det är svårt att förstå är att språket i skolan och i läromedel ändrar sig vid årskurs 4-6. Språket blir mer avancerat och komplicerat.

### **2.3.2 Matematikspråk**

Språk av första ordning är det språk som vi uttrycker oss igenom och som vi tolkar spontant (Johnsenn Hoines 1998:78, 91, Vygotskij 1999:275). Det språk som inte är naturligt att uttrycka oss genom är språk av andra ordning. Språk av andra ordningen måste översättas och kräver ett språk av första ordningen som översättningsled. Om ett språk är av första eller andra ordningen för oss beror på våra olika upplevelser och erfarenheter. Det som är ett språk av första ordningen för en människa kan vara ett språk av andra ordningen för en annan. Vygotskij (1999:275) och Häggblom (2000:11) menar att barn lär sig vetenskapliga begrepp, språk av andra ordning, genom relation till objektet som förmedlas via tidigare utvecklade begrepp. Detta gäller även för de matematiska begreppen då de är mer abstrakta än de vi möter i vardagen och matematikundervisningen är också mer abstrakt inriktad. Johnsenn Hoines (1998:78,91) anser att pedagogerna måste arbeta så att matematikspråket blir ett språk av första ordning.

Även Searle (1999:73) har tagit upp språkets vikt för matematikförståelsen och han skiljer på språkberoende och språkoberoende fakta. Språkberoende betyder att matematiska ord som exempelvis procent är en verbal symbol, där det inte finns något språkligt objekt som kan sättas ihop med ordet. Däremot är språkoberoende fakta, fakta som existerar oavsett om vi har språkliga symboler för dem eller inte. Till exempel så existerar katter oavsett om vi har ett ord

för katt eller inte. Det gör att elever lättare kan förstå och ta till sig språkoberoende fakta än det språkberoende.

Dahl och Kiselman menar i sina artiklar i *Matematiska språk* (2008:11) att det finns två uttryckssätt i matematiken, fackspråk och formelspråk. Fackspråket, det samma som Searle menar är språkberoende fakta, är ord som dividera, som har matematiska betydelser som skiljer sig från vårt vardagliga språk. Dahl (2008:122, 125, Lemke 1990:12) utvecklar det hela genom att jämföra matematikspråk med vardagligt språk. Det räcker inte med att veta vad ett ord betyder, utan man måste också kunna sätta in det i ett sammanhang. Språkliga uttryck kräver kunskap och kopplingar till sammanhanget och detta gäller även matematikspråk.

Myndigheten för skolutveckling (2008:16, Löwing 2004:72, 117) visar på hur svårt det ibland kan vara inom matematiken, där ord i svenska språket har en vardaglig betydelse och en matematisk betydelse. Som till exempel ordet volym som har en vardaglig betydelse av ljudstyrka medan den matematiska betydelsen är en specifik mängds innehåll. Ett annat exempel är ordet bråk som har en helt annan vardaglig betydelse än den matematiska betydelsen av ordet. Mot bakgrund av detta anser Löwing (2004:121) och Myndigheten för skolutveckling (2008:16) att det är extra viktigt att man som lärare inom matematiken använder ett klart och tydligt språk. Det finns inga utfyllnadsord inom matematiken som gör att eleverna får ett extra stöd om man missat ett ord vilket kan jämföras med utfyllnadsord som ger mer flyt vid läsning. Att som lärare använda ordet fyrkant istället för kvadrat kan leda till missförstånd och en lärare bör föregå med gott exempel. Dock ska lärarna vara försiktiga (Löwing & Kilborn 2002:199, 200) när det gäller införandet av nya begrepp såsom volym och bråk då de har en helt annan betydelse i vardagsspråket. Det är här viktigt att konkretisera ordens innebörd och genom samtal och diskussion få eleverna att förstå de olika begreppen som ett komplement till vardagsspråket.

Kilborns undersökning från 1970-talet kan jämföras med Löwings undersökning från 2000-talet, vilka tydligt vid jämförelse visar hur lärarens professionella språk avsevärt försämrats genom åren (Löwing & Kilborn, 2008:33). Professionellt språk, menar Colnerud och Granström (1999:43 ff), är detsamma som yrkesspråk, det vill säga ett språk som kännetecknas av speciella termer men som också innebär att man måste veta när man ska och när man inte ska använda speciella termer. När (Colnerud & Granström, 1999:53) lärare ska ge elever kunskaper talar man mer ett vardagsspråk än ett yrkesspråk. Vardagsspråket framgår, enligt Löwing (2004:13), tydligare när lärare nu för tiden handleder eleverna mer än



undervisar dem. Vidare anser Löwing (Ibid:72, 261) att lärarens språk är tillsammans med matematikbokens språk, det som ger eleverna deras matematiska språk. Använder inte läraren ett korrekt språk kan det föra med sig att eleverna inte utvecklar en korrekt begreppsbyggnad som i sin tur kan leda till missförstånd i kommunikationen mellan lärare och elever. Det här tycker även Colnerud & Granström (1999:53), då de anser att lärare ibland gör eller säger saker utan att reflektera över vad det kan få för följder. Som exempel på detta tar Löwing (2004:122) upp om man beskriver både cirkeln och klotet för runda, då kommer det, enligt henne, att uppstå problem i framtiden.

### **2.3.3 Barns möte med matematik och matematikspråk**

Redan som spädbarn för barnet en kommunikation med sin omvärld. Det här är en dialog som utvecklas och är den viktigaste källan till att barn skapar innebörd och förståelse för olika fenomen i omvärlden (Doverborg & Pramling Samuelsson, 2000:99). Redan vid tre månaders ålder kan små barn särskilja antal och storlek vid jämförelse av olika objekt. Ett barns förståelse för matematik börjar i denna första matematik som små barn kommer i kontakt med genom sin omvärld (Ahlberg, 1998:1).

Barns första möte med matematik i förskolan är mycket viktigt då det kan påverka deras framtida förhållningssätt och möjligheter att lära sig matematik. Forskning visar att om man tidigt skolar in barnen i den traditionella matematikundervisningen (vår tolkning, läroboksstyrd undervisning) främjas inte matematikutvecklingen, utan istället hindras den (Ahlberg, 2000:10). Många barn kan lösa matematiska problem när de börjar skolan, men de kan inte förstå eller uttrycka dem om de skrivs med matematiska symboler. Deras sätt att lösa problem är ganska olik den traditionella lärobokens arbetsgång (Ahlberg, 1998:16). Om läraren inte tar till sig elevernas strategier för att lösa problem kan eleverna ge upp sin tro på sig själva och sin tilltro till sitt eget tänk (Ibid:14). Löwing (2004:80) menar att elevernas olika förkunskaper och lärarens medvetenhet om dessa olika förkunskaper är väldigt viktigt för hur undervisningens innehåll ska uppfattas av eleverna. Sterner (2000:216, 220) anser också att man inte ska föra in de matematiska symbolerna för tidigt utan barnen ska först få utveckla sin förståelse för matematiken. Barn behöver förstå att det är viktigt med ett gemensamt symbolspråk såsom våra matematiska symboler är.

Vygotskij (1995:51) menade att alla barn ritar och de stadier ritande genomgår är mer eller mindre gemensamma för alla barn. Det är ingen tillfällighet att barn ritar mycket då det är den enklaste möjligheten för dem att uttrycka vad som engagerar dem. Mot bakgrund av detta

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

resonemang anser Ahlberg (1998:12) att när det gäller den tidiga matematikundervisningen bör barnen få använda sig av sina egna symboler och tecken och få dem att förstå att dessa tecken berättar något för dem om sin omvärld. Detta för att barnen ska skaffa sig kunskap om funktionen av symboler och tecken. Vygotskij (1999:275) anser att när eleverna ska tillägna sig vetenskapliga begrepp så utarbetas dessa i elevernas egen erfarenhetsvärld. Det menar även Ahlberg (2000:61) då hon skriver att matematikspråket måste kopplas till barnens eget språk genom att utgå från barnens erfarenhetsvärld vilket innebär att barnens egna upplevelser och erfarenheter bildar innehållet. När barn kan koppla matematiken till sitt eget sätt att tänka ökar deras möjligheter att förstå matematikens begrepp och symboler. Att bara lära sig upprepa och lära sig utantill leder inte till att man förstår.

Löwing och Kilborn (2002:199, 200) menar att elever kan komma ganska långt i de tidiga skolåren och i vardagslivet utan att använda sig av ett speciellt matematikspråk. Det är när matematiken blir alltmer abstrakt som man mer behöver tillägna det matematiska språket. Myndigheten för skolutveckling (2008:17) anser däremot att om elever ofta får höra matematiska begrepp och dess betydelse kommer så småningom begreppen ingå i elevernas ordförråd. De anser att man inte ska undvika det matematiska språket utan eleverna ska successivt utveckla det matematiska språket. Slutligen anser Löwing (2004:128) att språket och matematikens speciella register är för många elever helt avgörande för att lära matematik. Därför är det en oerhört stor uppgift som läraren har att få eleverna att förstå det matematiska språket.

### **2.3.4 Konkretisering**

Löwing och Kilborn (2002:201 ff) menar att konkretisera matematik innebär att visa ett sammanhang med laborativt material som hjälper eleverna att bygga upp lämpliga tankeformer när språket inte räcker till, eller att man med språkets hjälp knyter an en matematisk operation till för eleverna en erfarenhet eller vardagshändelse. Avsikten med att konkretisera undervisningen är att hjälpa eleven att uppfatta och förstå ett sammanhang eller en matematisk operation. Löwing (2004:91) fortsätter med att förklara att det inte är så att konkret material innehar en egenskap i sig själv, i själva materialet utan materialet bara en liten del. Det är läraren som genom sitt sätt ”att presentera och utnyttja materialet ger det ett liv” (2004:91). Lärarens roll är med andra ord avgörande för om materialet leder till en konkretisering eller inte (Ibid.).

I en människas beteende kan vi se två typer av handlingar, reproduktion eller något kreativt, det vill säga en aktivitet som skapar något nytt (Vygotskij, 1995:11, 13). Om vi endast skulle reproducera skulle människan bara återskapa det gamla och vara inriktad på det förgångna. Det är människans kreativitet som för henne framåt och får henne att förändrar sin nutid. Vygotskij (Ibid:51) ansåg att barns ritande är den enklaste möjligheten att uttrycka vad som engagerar dem. Ahlbergs studie (1992) visar att när 9-åringar fick möjlighet att rita när de löste matematiska problem fick de fram ett stort antal olika sätt att visa problemet på. Barnen fick successivt utveckla sin förmåga att fokusera på matematiken. De använde sig också av allt mer avancerade sätt att representera det matematiska innehållet i problemen (Ahlberg, 1998:12). När eleverna fick använda sig av sin kreativitet, använda sig av olika metoder och uttrycka dem genom teckningar och ord för andra, såg de att det fanns olika sätt att lösa problem. Eleverna fick det formella matematiska språket att bli deras eget (Ibid:220). Några elever tyckte det var tråkigt och svårt att rita medan andra tyckte det var så roligt att rita att de glömde det matematiska problemet. Lärarna i de klasser undersökningen gjordes tyckte ändå att ritandet hjälpte eleverna att se det matematiska problemet och lösa det (Ibid:139). Det här menar Johnsen Hoiner (1998:42) också som skriver att rita är något naturligt för barn och genom att rita förmedlar de något både till sig själva och till andra. Barnen bör uppmärksammas på att de berättar något genom sin teckning och att teckningen är till hjälp för kommunikation, för sitt eget tänk, för sitt språk och som tankeredskap. I matematikböcker för tidiga åldrar (Olstorpe m. fl, 2004:107, 113 ff) har man försökt utnyttja detta och gjort böcker där det finns uppgifter där eleverna ska rita och räkna eller rita och skriva.

Det är viktigt att barn provar olika hjälpmedel och inte enbart tänker med hjälp av ett enda laborativt material. De kan då få svårt att klara sig utan materialet (Ahlberg, 2000:52). Lennerstad (2008:57) skriver att man genom att arbeta med många enskilda exempel kan bygga upp en förståelse för abstrakta begrepp hos eleverna. Då ser eleverna lättare begreppet som självständigt och användbart och mindre knutet till specifika tillämpningar. Nilsson (2005:3) tycker att laborativa arbetssätt är intressanta och kanske kan de bidra till konkretisering och motivation. Han anser däremot att det är svårt att få laborationer att fungera bra och att det är stor risk att eleverna utgör dem utan att ta till sig det som var tänkt. I Löwings observation (2004:263) kom hon fram till att de laborationer som gjordes handlade mer om att göra än att lära sig nya saker.

Löwing och Kilborn (2002:223 ff) anser att man har ägnat för lite uppmärksamhet åt relationen mellan det didaktiska innehållet och det språk som lärare och elever använder för

att beskriva innehållet. Det informella språk en lärare använder för att konkretisera en matematisk operation måste samordnas med det mer formella språk som används för att förklara eller utföra samma operation. Löwing (2008:94) fortsätter resonemanget med att förklara att idén med konkretisering är att göra kommunikationen så bra som möjligt och då även förbättra inläringen. Häggblom (2000:20) anser att språket är ett kommunikationsmedel och en förbindelselänk mellan konkretisering och abstrakt tänkande. Man måste knyta ihop elevens språk och konkretiseringen med det formella matematikspråket. När matematiken längre upp blir mer abstrakt (Löwing 2004:92) går det inte alltid att konkretisera. Det man tidigare konkretiserat måste också utvecklas till en matematisk modell som man även kan använda i andra situationer.

### **2.3.5 Begreppsutveckling vid samtal**

För att en kommunikation ska fungera krävs det att alla som deltar har ett gemensamt språk och en gemensam förståelse inom det område man diskuterar (Löwing 2008:98). Schoultz (2000:73ff) har kommit fram till att elever framstår som mer kompetenta i en samtalssituation än vad de gör när de ska svara på en skriftlig fråga. Att det råder goda kommunikativa spelregler är däremot avgörande för om eleven ses som kompetent eller inte. Det är också svårt att få alla eleverna att bidra till samtalet. I ett samtal räcker det inte med att veta betydelsen av en term utan du behöver också veta hur termerna relaterar till varandra och till andra termer inom området. Många elever saknar denna förståelse. När läraren diskuterar med en grupp (Löwing, 2004:264) betraktar hon gruppen som en individ och får fram ett individuellt svar och vet inte om alla i gruppen har förstått. Ahlberg (1998:45) anser att gruppammansättningen är viktig och läraren ska se till att varje grupp får elever med olika personligheter, som är på olika nivåer kunskapsmässigt sett och består av både pojkar och flickor. Detta för att (Löwing, 2004:89) varje individ i gruppen både ska lära sig arbeta i grupp samt lära sig innehållet i det som arbetet handlar om. Varje individ i gruppen ska känna ett ansvar för alla i gruppen.

Om barn får möta matematik i många olika sammanhang, menar Ahlberg (2000:33) kan det lägga en bra grund för kommande kunskap. Barnen kan lära av varandra och de bör få tillfälle att göra detta då de ser hur andra löst ett problem och ser att problem kan lösas på många olika sätt. Rädsla för att misslyckas eller göra fel kan avta i diskussion med andra och när man ser andra och fler lösningar. Det kan också stärka självförtroendet att se och höra att andra också har svårigheter med problem. Olika lösningssätt till ett problem kan diskuteras och eleverna visar att det finns många vägar till att lösa ett problem (2000:33).

Hägglom (2000:15) talar om ett övergripande språk som hjälper till att översätta det vardagliga språket till matematiskt språk. Hit hör tankar och strategier som elever använder när de löser gemensamma problem, de talar matematik. När elever uttrycker sina strategier utvecklas språket och specifika ord och begrepp förankras i elevernas begreppsbyggnad. Lemke (1990:12) menar också att de obekanta termerna i de vetenskapliga språken ska kopplas till det språk som eleverna använder. Olander (2010:108) menar att Vygotskij skilde mellan ett ords betydelse och dess innebörd. Ett ords betydelse är den generaliserade, kollektiva meningen om vad ordet betyder. Ett ords innebörd är mer den personliga meningen av ett ord. För att förstå ett ord måste den sättas in i ett sammanhang och när innebörden i ett ord argumenteras för eller emot ökas möjligheten att man kommer överens om vad ett ord betyder. På det sättet kan ett ord, genom diskussioner, gå från ett ords betydelse till att bli ett ord med innebörd. Olander (Ibid:111) har kommit fram till att när elever inte får termer och begrepp serverade med en specifik betydelse utan förhandlar i diskussioner om hur termerna ska förstås minskar den vetenskapliga betydelsen för eleverna. Om man dock ser i ett längre perspektiv verkar eleverna ha tillägnat sig det vetenskapliga språkbruket och då även förståelsen. Detta kan förklaras genom att eleverna har fått ett interlanguage för att kunna kommunicera sin förståelse (Olander, Ibid:105). Med interlanguage menas ett så kallat blandspråk, elever skapar mening åt det vetenskapliga språket med hjälp av vardagsspråket. Detta ökar möjligheten att diskutera ämnet utanför klassrummet och då kan den meningsskapande processen fortsätta. Olander (Ibid:111) menar också att vardagsspråket är en tillgång när eleverna tar till sig det vetenskapliga språket och om skolan inte tar hänsyn till det vardagliga språket försvårar man lärandet för eleverna. Tar man däremot tillvara elevernas språk och använder det som en resurs tar man också elevernas perspektiv, vilket har visat sig ha ett pedagogiskt värde.

Olsson (2000:183,185) menar att läraren också bör kartlägga barnens missuppfattningar om exempelvis begrepp och sedan planera undervisningen så att barnen blir medvetna om sina eventuella missuppfattningar. Löwing (2004:259) kallar det hela med att känna till elevernas förkunskaper. Om läraren inte kan elevernas olika förkunskaper leder det inte bara till problem för stunden eller för den aktuella situationen. Ett visst område utgör ofta förkunskaper till andra områden vilket gör att problemet växer undan för undan. Olsson (2000:183, 185) menar att denna förståelse om elevernas kunskaper kan förstås genom diskussioner, laborationer och reflektioner. För att barn ska kunna prata matematik och ha något intressant att reflektera över måste de också ha tillgång till spännande uppgifter och

aktiviteter, som spontant ger detta. Om alla förväntas komma fram till exakt samma svar finns kanske inte så mycket att diskutera. Då det är läraren, enligt Löwing (2004:259), som är den som leder kommunikationen i klassrummet är det läraren som kan antingen begränsa eller möjliggöra djupare samtal med eleverna. Löwing (Ibid.) kom genom observationer fram till att lärare och elever ofta pratade förbi varandra. Ofta berodde det på lärarens bedömning av rätt eller fel svar som dominerade i undervisningen.

### **2.3.6 Lärobok**

Forskare som Ahlberg (1998:16, 2000:10) och Sterner (2000:216, 220) hävdar att en tidig introduktion av matematikboken för de yngre barnen kommer att hindra deras matematikutveckling istället för att främja den. Ahlberg (1998:16) anser att yngre barn inte förstår de matematiska problemen när de beskrivs med symboler och deras självförtroende för sitt eget tänk kan sänkas. Många barn anser dock att matteboken är väldigt viktig att få (Ahlberg 2000:21 ff) och tycker även om att jobba i den när de börjar skolan. Det innebär däremot inte att de automatiskt bygger upp någon förståelse av de matematiska begreppen genom boken.

Ahlberg (2000:21 ff) tar också upp sin syn på lektionstid som kallas eget arbete eller egen planering. Lektionerna, som eleverna själva ofta planerar, uppmärksammar eleverna på hur många sidor de räknar, inte på själva innehållet i sig. Det kan bli en tävling mellan eleverna vem det är som ligger först i matematikboken. Detta anser också Stendrup (2001:50) som menar att tävlandet i matematikboken innebär att han som lärare inte har en aning om vad eleverna lär sig eller hur de tänker.

Löwing kom fram till i sin avhandling (2004:254) att läroboken oftast har ett korrekt matematikspråk men att det språket inte stämmer överens med det språk man har i samtal i matematik med läraren. Därför förstår ofta inte eleverna språket i böckerna. Stendrup (2001:49 ff) tar upp problemet med lotsning av eleverna då man arbetar med matematikböcker. Många elever vill ha hjälp och för att hinna hjälpa så många som möjligt lotsar man eleverna fram till rätt svar istället för att få dem att tänka själva och reflektera över uppgiften. Eleverna vill komma fort fram eftersom det känns pinsamt att ligga långt efter och kommer enligt Stendrup (2001:49 ff) med frågor som: - Vad ska det stå där? Hur gör jag här? och så vidare. Böckerna är ofta också upplagda i oråden där man till exempel först behandlar subtraktion och sedan subtraktion i problemlösningar. Då och då läggs en additionsuppgift in bland subtraktionssidorna, vilket då ska hålla eleverna uppmärksamhet uppe. Detta kan också

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

utläsas i *Matte mosaik 1B* (Olstorpe m.fl., 2004:6 ff) där kapitel 1 och 2 handlar om subtraktion där det då och då finns additionsuppgifter inblandade.

### **3. Metod**

Detta avsnitt kommer att behandla den metod undersökningen utgår ifrån. De olika delarna i metodavsnittet består av urval, insamlingsmetod, tillvägagångssätt samt analysmetod, vilket vi har influerats av utifrån Johansson och Svedners bok (2001:68-69). Undersökningen har inspirerats från fenomenografin (Uljens, 1989), vilket kommer presenteras och förtydligas under vårt avsnitt, insamlingsmetod. Vi utgår från socialkonstruktivismen (Barlebo Wenneberg, 2001:177), vilket bygger på undersökningar som ska kunna användas i samhället. Vår tanke med undersökningen är att dess resultat ska kunna vara användbart inom skolan, och ser det som positivt att socialkonstruktivismen är en teori som gynnar detta.

#### **3.1 Urval**

Den avgränsning vi gjort för undersökningens urval bygger på ett syftesurval. Syftesurval kan beskrivas som ett urval som påverkats utifrån ett undersökningssyfte (Johansson & Svedner, 2001:68), vilket för oss blir lärare som är verksamma inom de aktuella årskurserna och inom matematik. Vi har i undersökningen valt att belysa lärares föreställningar av de sätt de använder för att introducera eleverna i det matematiska språket. Vi anser att matematikspråket är under ständig utveckling, men eftersom våra framtida arbetsområden befinner sig inom ramen mellan årskurs 0-5 inriktar vi oss på detta. Med ständig utveckling menar vi att det matematiska språket utvecklas och fördjupas i takt med att eleverna kommer upp i högre årskurser. Ett djupare urval vi har gjort är att vi har valt att använda lärare i årskurserna 1-2, eftersom vi anser att det är här grunden för det matematiska språket byggs upp och vårt syfte riktar sig till dessa årskurser.

På grund av undersökningens omfång och tid har vi valt att intervjua enbart fyra lärare inom det aktuella arbetsområdet. De lärare vi valt att kontakta kommer från tre olika skolor inom samma kommun i Sydvästra Sverige. Två av skolorna och de verksamma lärarna där har vi kommit i kontakt med genom vår tidigare VFU (verksamhets förlagda utbildning) och en av lärarna har vi kontaktat på en för oss känd skola. Anledningen till att vi just valt dessa, är för vi kände att intervjuer med dessa lärare skulle bli användbara i vår undersökning. Vi vill dock understryka att den tidigare kontakten vi har haft med några av lärarna enbart är arbetsrelaterad och att vi därmed inte har en personlig kontakt med dem. Kvale (1997:118) menar till och med att god kontakt kan skapa ett förtroende och en trygghetskänsla för den intervjuade, vilket kan göra att samtalet blir mer sanningsenligt. Samtidigt vill vi klargöra för att vi är medvetna om att den tidigare kontakten med vissa av lärarna kan påverka lärarnas



svar, och att lärarnas svar anpassas efter vad som anses vara ”bra” pedagogik istället för hur deras personliga åsikter är. Vi är även medvetna om att den tidigare kontakten kan påverka oss i vår analys, och därför är det viktigt att eventuellt tidigare föreställningar och åsikter av lärarnas enskilda arbetssätt inte påverkar vår analys och därmed vårt resultat. Vi har som avsikt att vara objektiva och se på intervjuvaren istället för på intervjupersonerna i sig.

Från början var fem lärare inbokade för intervjuer, men på grund av personliga skäl har en av lärarna inte kunnat delta. Bortfallet skedde relativt sent under undersökningens gång och därför valde vi att koncentrera oss på de fyra lärare som vi hade bokade tider med, trots att vi hade sett det som intressant att genomföra fem intervjuer. Den femte läraren hade kunnat bidra med nya och intressanta infallsvinklar kring det matematiska språket, vilket hade kunnat bidra med ett delvis annat resultat till undersökningen.

De fyra lärarna har av slump blivit fyra kvinnor. Vi har inte medvetet gjort ett urval av bara kvinnor inför undersökningen, utan tvärtom hade en blandning mellan kvinnor och män varit intressant att studera för att synliggöra eventuella likheter/skillnader mellan dem. Vi har tyvärr inte lyckats få kontakt med någon manlig lärare inom årskurserna 1-2 inför intervjuerna. Alla av lärarna är verksamma inom det matematiska ämnet i skolan, vilket har varit avgörande för undersökningens syfte.

### **3.2 Insamlingsmetod**

Patel och Davidsson (2003:63 ff) skriver hur flera olika undersökningsmetoder kan användas, men att tiden och övriga resurser är avgörande för vilken metod som väljs. Vidare menar Patel och Davidsson (Ibid.) att både enkäter och intervjuer samlar in fakta på ett bra sätt, men att intervjuer ger en djupare förståelse, vilket gjorde det självklart för oss att välja en kvalitativ metod. En fenomenografisk undersökning bygger, enligt Uljens (1989:7), på att skapa förståelse för hur någon uppfattar ett fenomen, för att sedan beskriva dessa uppfattningar i forskningen. Uljens (Ibid:10) förklarar att man inom fenomenografin utgår från att människor har olika uppfattningar kring fenomen och att detta beror på att vi alla är olika individer. I vår undersökning är det lärares uppfattning och användning av fenomenet, det matematiska språket som vi är intresserade av. Vi tänker att intervjuerna ska ge en möjlighet att se hur lärarna operationaliserar (Patel & Davidsson, 2003:52), det vill säga bryter ner det matematiska språket till eleverna. Kvale (1997:56) menar att en fenomenografisk undersökning lämpar sig inom pedagogikforskningen, vilket vi ser som en fördel att vi därför

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

har inspirerats utifrån denna undersökningsmetod som lämpar sig inom det forskningsområde vi valt.

Johansson och Svedner (2001:27) beskriver hur viktigt det är att ha en förförståelse för det intervjuerna ska riktas mot. Vi har under vår utbildning fått information om och kring matematikspråket och vilka undervisningsmetoder som vi som blivande lärare kan använda. Under våra VFU-perioder har vi kunnat observera och diskutera på vilket sätt våra handledare använder det matematiska språket, vilket vi anser har gett den bästa förförståelsen till själva undersökningen. Vidare har flera tidigare forskningsrapporter och böcker under vår utbildning givit oss inspiration och en grund vi anser behövs inför vår undersökning.

### **3.3 Tillvägagångssätt**

Efter att vi valt ämne, hittat tidigare forskning och skapat ett syfte fortsatte vi med att kontakta flera lärare för en förfrågan om deltagande i vår undersökning. Förfrågan gjordes personligen eller via mejl.

Efter att vi har fått svar från de lärare som kunde tänka sig att delta kontaktade vi dem igen och bad dem att själva komma med förslag om tid och plats för intervjuerna, detta för att intervjun skulle bli något enkelt att delta i. Vi kontaktade även de aktuella lärarnas rektorer via mejl för att få ett samtycke för deltagandet, vilket vi fick.

Från början var det tänkt att alla intervjuer skulle ha skett enskilt, men efter en förfrågan om två intervjuer (från samma skola) kunde göras ihop, valde vi att anpassa oss efter lärarnas behov och därmed göra en parintervju istället. Det bästa för undersökningen hade varit att alla intervjuer hade genomförts på samma sätt, alltså genom enskilda intervjuer. Det som dock kan vara positivt med en parintervju är att lärarna själva kan diskutera och att diskussionen i sig bidrar med intressanta infallsvinklar. Vi två studenter som har genomfört intervjuerna har inte samma erfarenheter från undervisning inom matematiken och kan därför se det positiva i att två erfarna lärare diskuterar och resonerar kring det matematiska språket ihop. På så sätt kanske nya frågor och infallsvinklar kommer fram genom diskussionen, där deras erfarenheter kan bidra.

Alla intervjuerna utfördes på lärarnas egna arbetsplatser, vilket vi ser som en fördel därför att lärarna förmodligen känner sig trygga på skolan. Vid varje intervju har vi båda deltagit aktivt som intervjuare. De intervjuade har delgivit att det är vi som genomfört undersökningen som enbart kommer att ha tillgång till deras namn, vilket Patel och Davidsson (2003:70) menar är

viktigt. Vi har dock klargjort att de transkriberade intervjuerna kan visas för andra, men att det då inte ska finnas namn med som kan avslöja någons identitet. Vidare informerades lärarna om att rektorerna hade givit samtycke, vilket vi ansåg var självklart för att intervjuerna skulle kunna genomföras.

När intervjuerna var bokade skrev vi ner ett par intervjufrågor som skulle vara till som stöd under intervjuerna (se Bilaga 1). Tanken från vår sida var att få lärarna att operationalisera det matematiska språket för oss och beskriva hur olika lärotillfällen kan se ut. Därför ville vi genomföra intervjuer som Patel och Davidsson (2003:72) skulle beskriva som lågt standardiserade, dvs. att viss ram finns för intervjufrågorna men vilka exakta frågor och i vilken följd de kommer påverkas av intervjupersonernas svar. Utifrån att vi har beskrivit vårt syfte för lärarna har de själva fått definiera och förtydliga det matematiska språket och dess betydelse för dem och deras undervisning. Intervjuerna har givit varierande svar och lärarens egna uppfattningar har framkommit tydligt, vilket enligt Uljens (1989:10) är viktigt inom fenomenografin.

Tyvärr hade vi inför den första intervjun glömt att informera om att samtalet skulle spelas in med en diktafon, vilket resulterade i att denna lärare valde att avstå från att använda diktafonen. Detta har gjort att nedskrivningen och analysen av denna intervju inte har gett lika mycket information och få citat kommer att kunna användas, vilket givetvis är negativt för vårt resultat. I de resterande intervjuerna kontaktade vi lärarna innan och gjorde en förfrågan om att använda diktafon, vilket gick bra.

Kvale (1997:155) menar att det bästa är att två personer skriver ner intervjun och sedan jämförs dem för att finna eventuella felskrivningar. Vi har transkriberat intervjuerna tillsammans för att minimera chanserna av felskrivningar. All transkribering har gjorts ordagrant från talspråk, men vi vill ändå poängtera att vi i vissa fall har haft svårt att veta hur vissa ord ska skrivas, vi har alltså gjort vår tolkning av lärarnas talspråk.

### **3.4 Analysmetod**

Efter att vi hade transkriberat intervjuerna tillsammans började vi att analysera intervjuerna. Den första analysen gjorde vi enskilt, detta för att vi var intresserade om vi individuellt hittade delar i intervjuerna som den andra inte kom fram till. Under den individuella analysen tittade vi både på hur det matematiska språket uppfattades och användes av lärarna vi hade intervjuat. Sedan försökte vi hitta mönster och olika variationer inom de olika lärarnas uppfattningar och användningar, vilket är viktigt att göra eftersom vi har inspirerats av

fenomenografen. Uljens (1989:44) menar att det inom fenomenografen är viktigt att i analysen se till intervjuernas innehåll och därmed vilka likheter/skillnader som finns mellan lärarnas intervjuer. Vidare menar Uljens (Ibid:45) att forskarens roll är att hitta likheter/skillnader utifrån intervjupersonernas uppfattningar kring fenomen för att sedan belysa dessa i olika kategorier. I de individuella analyserna började vi att titta efter lika/olika uppfattningar som skulle kunna ligga till grund för kategorier i vår gemensamma analys.

Efter de individuella analyserna började vi att jämföra våra olika analyser och därmed försöka att finna så många kategorier som möjligt för att ge en uttömmande och verklighetstrogen bild av vår analys. Kvale (1997:166) beskriver hur viktigt det i analysen är att inte bara studera de transkriberade intervjuerna, utan att även ta tillvara på de inspelningar som finns. Detta för att resultatet får en mer sanningsenlig bild, eftersom forskaren även då, enligt Kvale (Ibid.), får med viktiga delar som bara inspelningarna kan ge. Vi har därför till viss del använt oss av de inspelade intervjuerna. Viktigt under denna del av analysen blev nu också att finna resultat i kategorierna som kan kopplas ihop med vår tidigare forskning och de teorier vi valt att utgå ifrån.

### **3.5 Verifiering**

Kvale (1997:207) beskriver ordet verifiering som ett samlingsnamn för reliabilitet, validitet och generalisering, därav tar vi upp dessa delar under vår verifiering. Vidare menar Kvale (Ibid:209) att verifieringen är väldigt viktigt för forskningen, eftersom det är här forskningens tillförlighet ska diskuteras.

#### **3.5.1 Reliabilitet**

Reliabiliteten handlar, enligt Johansson och Svedner (2001:69), om hur tillförlig undersökningen är och vad som kan ha påverkat detta. Vidare menar Johansson och Svedner (Ibid.) att det är viktigt att intervjuer genomförs noggrant och av samma intervjuperson. I vårt fall har dessa intervjuer i denna undersökning genomförts av oss båda två, detta för att vi båda ska få möjlighet att bidra till intervjun och att analysen kan ses ur två vinklar. Viktigt är vi medvetet reflekterar över resultatet från intervjuerna eftersom detta kan komma att skilja sig åt på grund av att vi har två enskilda och en parintervju.

Kvale (1997:150) beskriver hur transkriberingen av intervjuerna, från band till papper, kan påverkas av vem som utför den. Vidare menar Kvale (Ibid.) att det bästa är att två personer skriver ner intervjun och sedan jämförs dem för att finna eventuella felskrivningar. Tiden för

denna undersökning begränsade oss till att transkribera samma intervju var för sig. Det vi dock gjorde var att vi skrev ner intervjuerna tillsammans.

Vidare skriver Kvale (1997:189) om hur kontrollen i intervjun kan påverka de svar som kommer fram. Syftet under intervjuerna var att få fram lärarnas egna definitioner och därför var det viktigt för oss att lärarna i början av intervjuerna informerades om vårt syfte. Vår tanke var inte heller att följa de intervjufrågor vi hade, utan att dessa skulle ses som ett stöd för att få med ungefär samma delar under intervjun. För oss var det viktigt att lärarna var de som samtalade mest och att intervjuerna inte styrdes av oss.

### **3.5.2 Validitet**

Johansson och Svedner (2001:72) beskriver validiteten utifrån hur resultatet i undersökningen speglar det syfte som undersökningen bygger på. Denna undersökning kan påverkas av detta genom att lärarna inte svarade helt sant, utan väljer att svara som de själva tror är det ”rätta” svaret för undersökningen. För att förhindra detta försökte vi påverka lärarna så lite som möjligt och därmed förväntade vi oss inte några speciella svar, utan vara istället tillmötesgående och lyhörda för lärarnas svar.

### **3.5.3 Generalisering**

Denscombe (2004:173) beskriver hur urvalets utgångspunkt påverkar generaliserbarheten i forskning. I denna undersökning handlar urvalet om fyra kvinnor som ingår i studien och huruvida de är generaliserbart med övriga lärare i Sverige. Kvale (1997:97) beskriver hur ett för litet urval inte kan ge någon generalisering inom forskningsvärlden. Vi anser att vår undersökning och det urval som representerar den, inte kan ses som generaliserbart. Dels för att de är för få intervjupersoner involverade, vilka alla är kvinnor och dels för att alla lärarna kommer från samma kommun i Sydsverige. Det finns lokala läroplaner inom kommunerna och dessa kan ha påverkat lärarnas syn- och arbetssätt. Även om vi anser att många lärare inom årskurserna 1-2 är kvinnor, finns det även manliga och dessa hade behövts för att få undersökningen för att komma närmare det som skulle kunna bli generaliserbart och representativ för Sverige. Denscombe (2004:175) hade beskrivit urvalet som icke representativt för vad som krävs för att se det som generaliserbart. Det viktiga är att intervjuerna har gett en mättnadskänsla av information och att informationen kommer att vara användbar i analysen. Det upplever vi att den har gjort, men vi är även medvetna om att eventuellt fler intervjuer hade kunnat bidra med ännu fler kategorier i vår analys, vilket då hade gjort den mer generaliserbar.

## **4. Resultat och analys**

Här redogör vi resultatet av de intervjuer vi har gjort. Vi har analyserat intervjuerna och de likheter och skillnader som funnits mellan de olika lärarnas intervjusvar, då vi har inspirerats av fenomenografen (Uljens, 1989). Vi har efter analysen av intervjun kommit fram till 2 strategier som vi kommer att utgå ifrån när vi ska presentera de kategorier vi funnit.

Vi kommer att presentera kategorierna utifrån lärarnas egna citat. Från lärare 1 kommer vi enbart ha kortfattade citat, alternativt att vi ger en kort sammanfattning som har gjorts utifrån intervjun, detta eftersom intervjun inte spelades in. Efter det att alla resultat av kategorierna har redovisats analyserar vi dem.

### **4.1 Vårt förhållningssätt**

Vår förförståelse av att olika sorters kommunikation inom matematikundervisningen är positiv för matematikförståelsen kan ha påverkat vårt resultat och vår analys. Denna förståelse har vi fått under vår lärarutbildning som ofta har visat på vikten av kommunikation. Detta kan naturligtvis ha gjort att vi har vinklat analysen mer positivt sett utifrån kommunikation av olika slag.

Som blivande matematiklärare har vi även en förförståelse för det matematiska språket och dess betydelse för den matematiska förståelsen. Detta kan ha påverkat oss genom hur vi sett på de intervjusvar vi fått och vilka kategorier vi funnit.

### **4.2 De intervjuades bakgrund**

Först presenterar vi kortfattat lärarna som deltagit i undersökningen.

**L 1:** Utbildad låg och mellanstadielärare och tog examen 1991. Hennes utbildning innehöll både Sv/SO och Ma/No, men hon har fått mer av Sv/SO-delen. Hon har behörighet i idrott för låg- och mellanstadiet. Just nu arbetar hon med 13 barn i år 1.

**L 2:** Utbildad 1-7 lärare, med Ma/NO och bild. Har behörighet för alla ämnen på lågstadiet. Arbetat i 8 år som lärare. Arbetar nu med 23 elever i år 2.

**L 3:** Utbildad 1-7 lärare, med Ma/NO och bild. Har behörighet för alla ämnen på lågstadiet. Arbetar med 24 barn i en 1-2 klass.

**L4:** Utbildad 1-7 lärare, med Sv/SO och idrott. Har behörighet för alla ämnen på lågstadiet. Arbetar med 24 barn i en 1-2 klass.

### 4.3 Definitionen av det matematiska språket

Vi visar här vad lärarna i intervjuerna anser att det matematiska språket är för något. Vi har kommit fram till fyra kategorier som presenteras i tabellen nedan och vilka lärare som har tyckt vad. Alla lärare har mer än en förklaring och alla tyckte att det var svårt att definiera kortfattat vad ett matematiskt språk är. Deras definitioner tillsammans påminner om Häggbloms (2000:15) definition. ”Matematikspråket består av termer, symboler, beteckningar, bilder och diagram som är specifika för matematiken” (Ibid.).

Tabell 1 Det matematiska språket

	<b>Enheter</b> såsom liter, dl, kg, gram	<b>Vardagsbegrepp</b> t.ex. tid, bakning, jämförelse och motsatsord såsom kort och lång.	<b>Symboler och begrepp</b> såsom +, =, -siffror, addition, 10-kompisar, dubblor	<b>Ord i ett sammanhang</b>
<b>L 1</b>			<b>x</b>	
<b>L 2</b>		<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
<b>L 3</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
<b>L 4</b>		<b>x</b>		<b>x</b>

#### 4.3.1 Enheter

Kategorin ”enheter såsom cm, kg och dl” är det endast lärare 3 som bland annat definierar det matematiska språket med: ” Sen är det naturligtvis dom andra t.ex. enheter, å siffror å sånt man kanske inte tänker på, lika mycket”. Enheterna i sig nämnde hon vid ett annat tillfälle under intervjun: ”Ja vi nämner ju liter (l) och deciliter”, ” [...] vi går direkt inte in på ml”, ” [...] Å likadant i vikt, kg och gram”.

Lärare 3 menar att enheter inte är något som förknippas med det matematiska språket direkt, eftersom detta inte användes så mycket inom hennes undervisning. Vygotskij (1999:275) ansåg också att barn lär sig vetenskapliga objekt genom att relatera dem till tidigare utvecklade begrepp. Det är också detta socialkonstruktivismen bygger på (Barlebo Wenneberg, 2001:12-13), att människans kunskap kommer från språket som man tagit till sig under den tid man levt. De enheter som lärare 3 ser som mindre självklara, kan till viss del vara kunskap som barn bygger upp under sin uppväxt. Förutsatt att de får tillfälle att delta vid

matlagning eller bakning då enheter används. Enheterna används i sammanhang då det finns ett objekt som förknippas med enheten, vilket Searle (1999:73) menade var ovanligt inom matematiken. Vidare ansåg Searle (Ibid.) att språkberoende fakta är den fakta som existerar vare sig man som människa har namn på det eller ej. Alltså skulle enhetsmått, som dl eller liter vara mått som barn och elever stöter på, sen är det inte säkert att de har rätt namn för enheterna, men det kan sätta in dem i ett sammanhang.

Lärarna 1, 2 och 4 kan ha sett på enheterna som en kunskap vi bygger upp under vår tid att leva, måtten finns där, med eller utan namn. Det kan också vara därför enheter inte finns med i Häggbloms (2000:15) definition av det matematiska språket.

### **4.3.2 Vardagsbegrepp**

Denna kategori kommer fram i intervjuerna med lärare 2, 3 och 4. De uttrycker alla att vardagsbegrepp som till exempel inom bakning, jämförelse och motsatsord är bra att använda i matematiken men att eleverna ofta inte förknippar dessa vardagsbegrepp med matematik.

Lärare 2 beskriver det som att matematiken måste synliggöras för eleverna, "[...] men det är ändå att se matte överallt. Och prata om det, alltså, att försöka vidga deras syn på vad är matte [...]". Hon vill att eleverna ska förstå att matematik är mer än matematiklektioner, hon vill få eleverna att hitta matematiken i vardagen. Lärare 3 beskriver på ett liknande sätt vardagsbegrepp, som begrepp eleverna använder naturligt, utan att de själva tänker på det. "[...] alltså dom jämför varandra vem är längre vem är kortare, å stor och större, liten och minst, å yngre-äldst, alltså såna ord [...]". Även lärare 4 tar upp vardagsbegreppen och menar att de är svårdefinierade av eleverna, trots att de många gånger använder dem. "Som i vardagen, man lagar mat å bakar, eller man tittar på klockan man ska till träningen, alltså allting är ju det egentligen. Men det gäller ju att komma på det liksom att man... men dom har nog svårt att hitta, att se det, att det är matematik eller matematiskt språk".

Elever (Olander 2010:108, Lemke 1990:12, Dahl 2008:122,125) måste sätta in ord i sammanhang för att förstå innebörden av dess betydelse. Det krävs alltså diskussioner för att skapa denna förståelse och därmed synliggöra orden för eleverna. Alla tre lärarna anser att det är viktigt att lyfta fram matematikorden som eleverna naturligt använder och förstår. Vygotskij (1999:275, Häggblom, 2000:11) ansåg också att de vetenskapliga begreppen är mer abstrakta än de begrepp vi använder oss av i vardagen. Därför blir matematikundervisningen också mer abstrakt, men man kan bygga upp en förståelse för de abstrakta begreppen genom att relatera dem till vardagsbegrepp. Ahlberg (2000:61) tycker också att man måste koppla



barnets vardagsspråk till det matematiska språket genom att utgå från barnets erfarenheter och upplevelser. Lärare 3 tog upp att ”det brukar vara en och en halv, jaha liter då” när man försökte koppla ordet liter till något ur barnens erfarenhetsvärld och hittade då kopplingen med petflaskor och hur mycket de innehöll.

Olander (2010:105) beskriver hur han i sin forskning såg att eleverna med tiden skaffade ett interlanguage, ett blandat språk mellan det vardagliga och vetenskapliga språket. Detta gjorde att eleverna skapade förståelse för det vetenskapliga språket, men även att de lyckades använda vetenskapligt språk i vardagliga sammanhang. De tre lärarna menar att eleverna till viss del har matematiska begrepp som de använder, men även att eleverna måste ta till sig nya. Lärarna kan arbeta för att få eleverna att använda både gamla och nya begrepp, genom att tillsammans skapa ett interlanguage. Det är också viktigt att använda sig av barnets vardagsspråk dels för att man annars försvårar lärandet för eleverna och dels för att ta elevernas perspektiv genom att använda sig av deras språk vilket har ett pedagogiskt värde (2010:111). Det har lärare 2 gjort: ”Alltså vissa begrepp ska man ha, men man kan göra egna. Som nu istället för att använda mattestrategi använder vi knep. Sånt som de kommer på själva liksom eller som vi får ihop”. Vidare berättar lärare 2 att de i klassen hade tillsammans bestämt att prata om skutt istället för hopp: ”Ja, liksom skutt, vilket bra ord.” Denna lärare väljer att anpassa sina ord i matematiken efter elevernas tankar och idéer, samtidigt som hon använder begrepp som addition (vilket tas upp i nästa avsnitt 4.2.3) i undervisningen.

### **4.3.3 Symboler och begrepp**

Lärare 1, 2 och 3 beskriver hur olika symboler och begrepp kan definiera delar av det matematiska språket. Alla tre tar upp begrepp som de använder i undervisningen såsom siffror, +, 10-kompisar och dubblor och det verkar som att dessa begrepp är allmänna begrepp inom matematikundervisningen idag. Anledningen till att lärare 4 inte tar upp några symboler kan vara att lärare 3 i deras parintervju har tagit upp sådant som lärare 4 höll med om.

Lärare 1 beskriver begrepp som lägga till, dra av eller minus som även kallas tar bort eller försvinner. Plus eller lägga till används, men addition tar hon inte upp i sin klass. Hon beskriver även begreppen större och mindre som betydelsefulla begrepp. Ett begrepp hon anser har blivit mer betydande inom matematikundervisningen senaste åren är = – tecknet. Även tio-kompisar och dubblor är begrepp som inte funnits med så länge, även dessa använder hon.

Lärare 2 använder många av de begreppen som lärare 1 har beskrivit ovan. En skillnad är att lärare 2 även menar att "[...] man kan ju använda addition i stället för plus [...]". Denna skillnad kommer vi att analysera vidare i avsnittet 4.3.4, eftersom vi anser att denna skillnad bygger på resonemang kring introduktionen och användningen av det matematiska språket mer än definitionen av det. Detta eftersom samtliga lärare medvetet har gjort ett val av användningen av begreppet addition då de anser att detta påverkar elevernas inläring och förståelse för begreppet.

Lärare 3 beskriver också liknande begrepp som lärare 1. Även hon beskriver att hon använder "[...] de riktiga orden då, addition och subtraktion, men vi blandar nog lite", men förtydligar även att det inte är dessa som dominerar utan att det varierar.

I tidigare avsnitt, 4.2.2, presenterades att lärarna måste förstå och lära sig vilka begrepp som eleverna kan och använder i vardagen för att sedan med hjälp av dessa utveckla de vetenskapliga begreppen (Olander, 2010:105). Det kan finnas en tanke bakom att alla lärarna har tagit upp samma begrepp, förutom additionsbegreppet, kanske för att dessa har visat sig fungera och vara användbara vid inläring av de matematiska begreppen. Det kan vara så att de bygger broar mellan vardags- och vetenskapsbegreppen och för eleverna framåt i sin inläring.

#### **4.3.4 Ord i ett sammanhang**

Lärare 2, 3 och 4 tar upp sammanhang som en förklaring av det matematiska språket. Lärare 2 beskriver det på följande sätt: "Matematikspråk är ju inte bara ord utan ett sammanhang. Vad betyder ordet i sammanhanget? Ordet kan användas i väldigt många olika sammanhang, inte bara på sidan 12 i matteboken utan man ska ju kunna använda det här". Hon beskriver det som att de enheter, vardagsbegrepp och de andra matematiska begreppen vi sedan tidigare tagit upp, inte har någon betydelse om inte eleverna förstår dem och kan placera dem i relevanta sammanhang.

Lärare 3 och 4 nämner inte ordet sammanhang specifikt, men menar precis som lärare 2 att lärare måste lära sina elever att finna sammanhang för de begrepp de lär sig. Tidigare presenteras hur viktigt det är att få eleverna medvetna om matematiken i vardagen och att man som lärare synliggör dessa matematiska begrepp. Vi ser det som att lärare 2, 3 och 4 anser att undervisningen och de begrepp som används måste grunda sig i elevernas erfarenheter och i deras egna uttryck, vilket alltså skulle kunna vara att se det hela i olika sammanhang.

I de tidigare avsnitten som utgår från tabell 1, beskrev Barlebo Wenneberg (2001:12,13) att socialkonstruktivismen bygger på att människans kunskap kommer från språket som man tagit till sig under den tid man levt. Searle (1999:73) beskrev hur språkberoende fakta kan vara fakta som barn och elever inte alltid har namn på, vilket kan kopplas till att valet av begrepp och kopplingen till elevernas vardag är viktig för begreppsutvecklingen och förståelsen.

Olander (2010:105) beskriver att eleverna skapar ett interlanguage där vetenskapligt- och vardagligt språk blandas. Detta gör det möjligt för eleverna att använda vetenskapliga begrepp inom vardagliga sammanhang, vilket allt i denna analys av definitionen av det matematiska språket bygger på. Lärarna måste finna elevernas språk och föra in vetenskapligt språk via deras eget och därför blir valet av begrepp som används otroligt viktiga. Inte bara för förståelsen, utan att även att lärarna lyckas skapa en grund för eleverna att utgå ifrån. Lärarens språk bör vara ett korrekt språk som de även reflekterar över (Löwing 2004:72, 261, Colnerud & Granström 1999:45) så att det inte blir missförstånd mellan lärare och elever eller att elever får felaktig begreppsbyggnad.

#### ***4.4 Introduktion och användning av det matematiska språket***

När vi analyserade våra intervjuer hittade vi likheter och skillnader inom de kategorier vi presenterar i tabell 2. Alla lärare använde sig av alla kategorier, men på olika sätt, varav vi har använt oss av tabellen på annorlunda sätt än vad vi gjorde i tabell 1. Tabell 2 består av 5 kategorier som alla lärare använder. Tabellen tydliggör och förklarar på vilket sätt dessa kategorier används av respektive lärare.

Tabell 2 Introduktion och användning av det matematiska språket

	Användning av lärobok	Konkretisera matematik	Kommunikation elev/er - elev/er, lärare – elev/er	Symboler och begrepp såsom +, =, -, siffror, addition, 10-kompisar, dubblor	Strategier
<b>L 1</b>	Vissa delar av en lärobok.	Tar hjälp av det som barn tycker om ex godis, pärlor.	Lärare – elever	Använder plussa för att med hjälp av det senare bygga upp begreppet addition.	Alla strategier är bra.
<b>L 2</b>	Vissa delar av en lärobok och stenciler av det ”bästa” ur andra.	I grupp eller två och två, synliggör det man gjort.	Lärare – elever elev – elev och elever – elever	Använder de korrekta begreppen från början ex addition och subtraktion.	Vissa kan ha svårt att hitta sin strategi.
<b>L 3</b>	En lärobok och det ”bästa” från andra.	Konkretiserar ofta individuellt, spelar spel med andra elever.	Lärare – elever Elev – elev	Växlar begrepp t.ex lägga ihop, plus och addition.	De elever som inte har strategier får problem.
<b>L 4</b>	En lärobok och det ”bästa” från andra.	Konkretiserar oftast själv, spelar spel två och två eller flera.	Lärare – elever Elev – elev	Växlar begrepp t.ex lägga ihop, plus och addition.	För många strategier kan göra att eleverna blir förvirrade.

#### 4.4.1 Användning av lärobok

Alla fyra lärarna i intervjuerna använde sig av lärobok i sin undervisning men på olika sätt. Lärare 1 uttrycker: ”Ibland har vi hoppat över vissa delar, som jag inte knappt har fattat själv.” Det gjorde även lärare 2: ”och då kan man plocka ut de sidorna som passar och jobba med upptill eller ta hem som läxa”. Hon syftar till att man arbetar med de sidorna i boken som hör till ett speciellt område, exempelvis geometri. Däremot använde sig lärare 2, 3 och 4 även av andra läroböcker. Lärare 4 ” Det är första året vi testar det, vi har plockat lite det vi tycker e bäst”, lärare 3 ”Vi har ju lite blandat” och lärare 2 ” När jag tar tag i ett tema så försöker jag ju ta tag i alla roliga saker jag hittar i mattesafari och i reflex (vår notering, andra läroböcker) och så försöker jag ju hitta olika saker”. Ingen av lärarna är helt beroende av läroboken. Läroboken är alltså inte en fast utan en rörlig ram och lärarna använder andra saker utöver boken (Löwing, 2004:92). En undersökning som gjordes av NCM visar att elevers dåliga matematikresultat till stor del beror på att lärarna är beroende av läroboken i sin undervisning (Ibid.). Ahlberg (2000:10) anser att för att främja matematikutvecklingen bör barnen när de

börjar skolan inte använda matematikbok. Barn (Ahlberg:1998:10, 16, Sterner 2000:216, 220) kan ofta lösa matematiska problem när de börjar skolan men förstår inte de matematiska symbolerna. Barnen kan lätt tro att de inte kan och förlorar sin tilltro till sitt eget tänk. Vygotskij (Bråten, 1998:21) menade att lärarna måste bygga de vetenskapliga begreppen på barnens spontana vardagsbegrepp.

Matematikboken kan vara väldigt viktig för eleverna, lärare 2 ” Ettan, det är det första dom frågar efter. Var är matteboken? ”. Lärare 2 anser att läroboken har betydelse både för att eleverna vill ha en och för att ”[...] få de här repetitionerna, att sitta och repetera och nöta in saker”. Lärare 1 menar också att ”vissa saker finns alltid som man måste nöta in”. Både lärare 1 och 2 tyckte att matematikboken ansågs lämplig för att repetera. Ändå används matematikboken bara till en viss del av lärare 2: ”I julas fick de hem sina böcker, det var bara hälften gjort i dom”. Ahlberg (2000:21 ff) menar att trots att barnen kanske tycker om att arbeta med matematikboken, ger det inte någon automatisk förståelse av matematiken genom att räkna massor av sidor. Det finns i Vygotskij pedagogik både ett individuellt och ett socialt perspektiv på lärande, det vill säga att allt lärande inte behöver ske i social samverkan, utan att ibland ska eleverna även arbeta en och en (Imsen, 2006:402). Dock ansåg Vygotskij att det individuella tänkandet kom av det sociala samspelet mellan barnet och andra människor (Ibid.:312). Därför kanske lärboken eller uppgifter som liknar den kan ge ett visst stöd i utvecklingen, eleverna kan då träna på uppgifter. Viktigt är dock att uppgifterna bygger på tidigare konkretiserade uppgifter, diskussioner och genomgångar så att uppgifterna ger en individuell fördjupad förståelse.

Lärare 3 och 4 gör sina planeringar i två veckors perioder tillsammans. Barnen får sina planeringar och har 2 veckor på sig att arbeta igenom den och stryker efterhand de delar i planeringen de har gjort. ”[...] Och i planeringen nu, så har vi satt matteboken alltid sist då, man måste inte jobba i den ordningen men för att markera att matteboken inte är viktigast så har vi satt den liksom längst ner”. Lärare 3 ”Å dom jämför sig inte alls lika mycket hur långt dom har kommit”. Lärare 2 ”[...] matteboken, den är ju inte ett tvång. Han jobbar ju på sidan 40 och sedan sidan 10, den behöver inte ta slut”. Löwing (2008:10, 11) anser att eleverna ofta utvecklar procedurkunskap genom att arbeta i böckerna och förstår inte riktigt vad de gör. Både Ahlberg (2000:21) och Stendrup (2001:50) anser att tävlandet mellan eleverna i matematikböckerna tar bort elevernas fokus på innehållet till att bli fokus på antal sidor man har räknat. I resultatet av TIMSS undersökning 2007 (skolverket K) tror man att undervisningens inriktning på procedurer är en orsak till svenska elevers dåliga

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

matematikresultat. Man anser att undervisningen bör inrikta sig på begreppsinläring istället för procedurkunskap. Genom att ta bort möjligheten att jämföra sig emellan hur långt man har kommit i boken tar man också bort känslan av att den som är längst fram är också den som är bäst i matematik.

Endast lärare 2 uttryckte att hon hade valt läromedlet för den använde de begrepp som hon gjorde, det vill säga det är samma matematikspråk i boken som det språk som kommer från läraren ”jag har ju valt mattestegen lite för det”. Hon använder inte olika språk i olika sammanhang. Detta är viktigt anser Löwing (2004:254) och menar att lärobokens matematikspråk annars ofta skiljer sig från lärarens språk genom att bokens språk är korrekt medans lärarens språk är mer vardagligt. Därför förstår ofta inte eleverna språket i böckerna eller kopplar samman att böckernas språk är detsamma som läraren menar. Även om Löwing och Kilborn (2002:199-200) anser att man kan komma ganska långt upp i skolåren utan att använda sig av ett korrekt matematiskt språk anser Löwing (2004:72, 261, 122) att om man inte använder ett korrekt språk finns det stora möjligheter till missförstånd. I *Mer än matematik* (Myndigheten för skolverket, 2008:9) tar man upp att språket i matematikböcker och i undervisningen blir mer komplicerat i årskurs 4-6. Det kan vara en anledning till att elever tycker att matematik är tråkigt jämfört med att samma barn har tyckt att matematik har varit roligt i de lägre åldrarna. Löwing (2004:128) anser att matematikspråket är helt avgörande för att lära matematik.

Lärare 4 hade upptäckt en skillnad i barnens intresse när talen blev för stora ”[...] så länge vi höll upp till tjugo så va det liksom kul å lätt å men sen när man kommer upp till det här kanske 79 minus 36 alltså då är det inte så roligt längre...det blir för abstrakt kanske för tidigt... man kanske lite, man kanske skulle väntat”. Staberg (2002:256) har dragit till slutsats att äldre barn tycker att matematiken är alltför abstrakt och därför är den svår att förstå och blir tråkig. Samma slutsats kan säkert föras över till yngre barn. Löwing (2004:80, Olsson 2000:183, 185) ansåg att lärarens medvetenhet om elevernas olika förkunskaper är väldigt viktig. Undervisningen kan inte se likadan ut för alla och det som är självklart för ett barn kan vara alltför abstrakt för ett annat barn.

#### **4.4.2 Konkretisera matematik**

Alla lärare anser att de använder sig av att konkretisera matematiken. Lärare 1 beskriver konkretisering på följande sätt, ”30 och 50 går ju inte att dela jämnt. Men så fick tjejen pärlor att dela med och ja, det var svårt att förstå att de fick lika många. Hon fick göra det flera

gångar.” Lärare 2 ger ett exempel på hur de arbetar med konkretisering i klassen, ” Och de fick också bygga, alltså med de här cuisenairstavarna sitta med ryggen mot varandra, och så fick den ena, ehh, beskriva hur dom hade lagt sitt mönster, sen fick den andra bygga efter beskrivningen. Lärare 3 beskriver ett av arbetssätten inom konkretiseringen på följande vis, ”[...] Ja som nu när med den här balansvågen som vi har, det är ju två tomma lådor kan man säga på vågen, så ska man lägga en sax å så lägger man centikulor så ser man hur många centikulor väger den här saxen”. Under intervjun med lärare 4 beskriver hon konkretisering såhär, ”Sen har vi ju sjungit rätt mycket sånger också ju. Lite multiplikationssånger”.

Alla lärarna arbetar ungefär efter samma mall, det vill säga genomgång, konkretisering, lärobok. Gemensamt för alla lärarna är att de alla har genomgångar, men på olika sätt. Lärare 1 och 2 har kortare genomgångar vid varje matematikpass. Lärare 2 ”korta, de har inte ro att sitta still länge, det är 5-10 minuter”. Lärare 1 ”Här är det mycket prat-matte” Lärare 1 menade att ju mer konkret matematik ju mer kan eleverna lära sig. Själv ansåg hon att hon pratade och var aktiv när eleverna arbetade laborativt, vilket var bra för eleverna.

Lärare 3 och 4 beskriver att eleverna ”[...] själva välja vilken ordning dom ska arbete då, sen har vi då genomgångare upptill. Som när vi startar med vikt så vill man ju ha en genomgång med vikt först innan vi delar ut dom här vikthäftena med praktiska uppgifter så att man har pratat lite med om det innan då”. Alltså startar de också med genomgångar inför nya arbetspass, men eftersom eleverna här arbetar mer varierat så måste de samla upp klassen och som lärare 3 säger ha ”genomgångar då också en gång i veckan i halvklass. Där vi då pratar kring det dom håller på med”. Detta för att ge alla en chans till att hänga med. Lärare 2 tog upp svårigheten med att koppla det konkreta med det abstrakta ”Det är ju det här med att man sätter ihop konkret med abstrakt. Vilka redskap och hur kan man göra det så småningom. Först jobbar man med konkretiseringsmaterial och praktiskt och sedan plötsligt jobbar vi abstrakt”. Löwing och Kilborn (2002:201 ff) menar att meningen med att konkretisera är att bygga upp lämpliga tankeformar när språket inte räcker till. Språket är ofta mer vardagligt när man arbetar med laborativt material och måste knytas an till det mer formella språk som används när man förklarar matematiska operationer. Konkret material i sig (Löwing, 2004:91, 92) bygger inte upp lämpliga tankeformar utan det är lärarens roll som är avgörande om materialet leder till konkretisering eller inte.

Svårigheter med förståelsen som med till exempel = - tecknet beskriver först lärare 3 att ”Å ändå tycker vi att vi har jobbat väldigt” och vidare säger lärare 4 ”Ja vi har jobbat ovanligt

mycket.”. Alltså tycker de inte att de konkretiseringsövningar de gjort har lett till en bättre förståelse, utan att eleverna fortfarande måste öva på detta. Lärare 3 talar om att man ” [...] ska kunna skriva och att jobba praktiskt och att man ska kunna leka och ha lite roligt också. Vi försöker med en blandad kompott”. Lärare 4 uppfattade det som att ” Dom vill ha svaren, dom vill bara räkna, dom vill bara göra den klassiska uträkningen, det är ju lättast. Sammanfattningsvis kan man beskriva att lärare 3 och 4 har en varierad undervisning, men att deras elever inte alltid bygger upp den tänkta förståelsen genom de övningar som finns med i undervisningen. Eleverna vill, enligt dem, ha enkla uppgifter där de kan svara lätt på uppgifterna och inte behöva sitta och fundera, det vill säga eleverna vill enligt dem inte arbeta med problemlösning eller liknande uppgifter.

Lärare 1 och 3 talade om att synliggöra att matematik är ett annat språk. Lärare 1 uttryckte det genom: ”Man får prata om att fem – 5 är olika språk och man måste koppla ihop olika språk”. För att visa att fem och 5 är samma sak använde hon sig av pengar. ” sen fick de pengar och skulle plocka värdet på t.ex. 17”. Lärare 3 förde ihop bilder med matematikspråket: ” För vi har också gjort så att de t.ex. har fått bilder å så e det två ägg å så e ett ägg sönder, alltså hur skulle man kunna skriva det då med siffror?” Att få ihop det konkreta med det abstrakta är en av svårigheterna med att konkretisera matematiken (Löwing, 2002:223 ff).

Lärare 1 tycker att hon själv förstår lättare när barnen ritar ”Jag har mycket lättare när de ritar, jag själv ritar gärna för att minnas saker”. Däremot säger hon inget om barnen tycker det är lättare att rita. Vygotskij (1995:51) ansåg att för barn är rita det enklaste sättet att uttrycka sig på. Ahlberg (1998:12) och Johnsen Hoines (1998:42) har också uppfattat att rita hjälper barnen att förklara och lösa matematiska problem. Matematikböcker (Olstorpe m.fl, 2004:107, 113) innehåller också delar där barnen ska rita och på det sättet förklara hur de har tänkt. Eleverna verkar tycka olika om arbetssättet (Ahlberg 1998:12) då en del anser det är så roligt att de glömmer själva matematiken, medan andra barn tycker det är tråkigt och svårt. Trots det ansåg Ahlberg (Ibid.) att ritandet hjälpte eleverna att förstå det matematiska problemet. Lärare 3 tyckte att när barnen istället skulle förklara vad de tänkte med ord blev det svårt ”[...] men här ska du skriva hur du tänker, ja men vad då tänker det blir ju det, ja men hur tänkte du då, å det e jättesvårt. Jag tror det e bättre där i trean där de kan sätta ord på vad dom menar. Lärare 3 menar att eleverna innan tredje klass kanske inte har förmågan att med ord beskriva hur de har löst en uppgift. Detta stämmer överens med vad Vygotskij (1995:51) ansåg om att barn ska få rita där de faktiskt har möjligheten att uttrycka sig på sitt sätt.



#### 4.4.3 Kommunikation

Alla lärare anser att de för kommunikation med hjälp av samtal. Detta är något som också står i våra styrdokument och i kursplanerna för matematik (se bilaga 2). Lärare 1 säger att: ”Vi har mycket gemensam matte här inne. Här är det mycket prat-matte”. Ofta är det prat gemensamt i gruppen, men vad de pratar om eller hur framgår dock inte. Nyttan med kommunikationen anser hon är att: ”De får förklara, då får jag induktion av vilken strategi de använder”. Hon menar att hon då kan ta reda på vilken förförståelse eleverna har och kan då lättare lägga upp den individuella planeringen. Löwing (2004:259) ansåg att läraren måste känna till elevernas förkunskaper för att kunna nå djupare i de matematiska samtalen. För att lyckas få fram elevernas strategier måste läraren förstå elevernas beskrivningar, gruppsamtalen måste också ge tid att låta varje elev ge sin beskrivning.

Lärare 2 är den lärare som tar upp att hon låter eleverna diskutera med varandra om begrepp. ”Dom pratar ju matte hela tiden i och med att de sitter ju inte själva [...] Och så ofta, å så sitter dom två och två, diskuterar och gör tillsammans. Och då får dom verkligen prata...och berätta hur dom gör”. Hon berättar också om att synliggöra arbetet som eleverna gör ”det blir ofta det här att barnen ställer sig och pratar och berättar för varandra helt naturligt liksom”. Olander (2010:111) har kommit fram till att om eleverna får diskutera med varandra om termer och begrepp minskar först den vetenskapliga betydelsen för att senare öka. I samband med det ökar även förståelsen över begreppen. När man tar tillvara elevens vardagsspråk ökar också möjligheten att eleverna fortsätter diskussionen utanför lektionen. Genom att synliggöra arbetet uppmuntras barnen att prata om sitt arbete även när lektionen är avslutad. Barnen kan prata med sitt eget vardagsspråk och behöver inte komma ihåg svåra termer och begrepp. De skapar ett så kallat interlanguage.

Lärare 3 beskriver problemet med ord som har mer än en matematisk betydelse, ”Som vi har gjort nu så har vi väl pratat lite om volym”[...] om dom har en aning om vad volym e för nåt. Det är många som bara o ja det finns volym på stereon säger dom då ju.” Löwing och Kilborn (2002:199-200) menade att ord som har en vardaglig betydelse och en matematisk betydelse kan ställa till problem och man bör genom samtal och diskussion få eleverna att förstå begreppen som ett komplement till vardagsspråket. Vidare anser lärare 3 att ”[...] vi då prata om vad det är för någonting och att det finns andra sorters volymer att det är vad nåt innehåller eller rymmer.” Lärare 3 menar alltså att de ofta för samtal och diskussioner under sina lektioner, eftersom eleverna själva har en annan anknytning till många matematiska ord än vad som är tänkt inom matematiken.

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

Lärare 3 anser också att "[...] man brukar prata om att med barn ska man inte bara prata barnspråk utan att dom behöver, alltså då utvecklas dom inte". Vygotskij (1995:11, 13) ansåg att använder vi oss bara av det vi kan och återskapar det vi kan utvecklas vi inte. Löwing (2004:72, 261) har märkt att när lärare undervisar använder de mer ett lättförståeligt språk. Men använder inte läraren ett korrekt språk, kan det föra med sig att eleverna inte utvecklar en korrekt begreppsbyggnad, som sen i sin tur kan leda till missförstånd i kommunikationen mellan lärare och elever. Det här tycker Colnerud & Granström (1999:43 ff) också då de anser att lärare ibland gör eller säger saker utan att reflektera över vad det kan få för följder. Det handlar om lärarnas professionella språk med speciella termer men också vetenskapen om när termerna ska användas eller inte.

Lärare 4 "Sen märker man att vissa väljer alltid, vill jobba ihop, men det är ju inte alltid så bra. För dom, jobbar man då med nån som är lite snabbare än sig själv behöver man ju aldrig tänka själv". Lärare 2 "För dom har som har lite svårt, det är jättebra att de får lite matteprat. De svaga tror jag tjänar mycket på det". Att lärarna har olika syn på vem som tjänar mest på att arbeta ihop och prata med andra kan bero på att lärare 4 menar när eleverna själva väljer vem de ska arbeta med medan lärare 2 menar när hon väljer vem som ska arbeta med vem, "Nä, jag delar alltid in dem". Vygotskij menar att för att nå närmsta utvecklingszon ska ett samarbete ske med någon som kan mer än en själv vilket då kan ses som att de svaga eleverna i matematik är de som mest tjänar på matematikprat (Bråten & Thurmann-Moe, 1998:105). Ahlberg (1998:45) tar upp problemet med grupper och att läraren bör sätta ihop grupper med olika personligheter och som är på olika kunskapsnivåer. De kan då lära av varandra och det kan stärka ens självförtroende om man ser att andra också har svårt att lösa vissa problem (Ahlberg, 2000:33). Lärare 2 tar upp det i intervjun "Och sen också att man ställer öppna frågor. Avslappnat, öppna dialoger. Och det är bra ibland att göra fel, att dom känner det. Det tror jag är viktigt i matte [...] Jaså du säger så, vad spännande istället". Hon menar här att man har diskussioner med ett tillåtande klimat där det är det inte finns ett givet rätt svar, utan att det viktigaste är att få fram elevernas olika tankesätt. För att diskussionerna ska ge eleverna nya kunskaper måste de först våga säga vad de tror och tänker.

#### **4.4.4 Symboler och begrepp**

Intressant är att i introduktionen och användningen av det matematiska språket tar alla fyra lärarna upp symboler och begrepp, vilket bara tre av lärarna gjorde i sin definition av det

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

matematiska språket. En anledning till detta kan vara att lärare 3 och 4 gjorde en parintervju och att lärare 4 inte tog upp symboler och begrepp för att lärare 3 gjorde detta.

Lärare 1 använder flera olika begrepp, se avsnittet 4.2.3. I intervjun fick hon frågan om varför hon använder plussa, och enligt henne själv handlar detta om att barn i åldrarna 7 – 8 år behöver begrepp som plussa, det är det som fungerar. Vidare menar hon att plussa är ett begrepp som ligger till grund för att man senare kan införa addition. Även inom begreppet minus tar hon tillvara på elevernas ord, hon förklarar att en elev har sagt ”varför heter det inte minusera?”. Genom att ta tillvara på elevernas egna ord anser hon att eleverna utvecklas mer, än om hon samtidigt hade fört in begrepp som subtraktion.

Även lärare 2 använder många begrepp i sin undervisning. Den stora skillnaden till lärare 1 är att hon medvetet använder begreppen addition och subtraktion. Varför hon gör detta beskriver hon på följande sätt, ”[...] jag tror att praktiskt höra begreppen i ett tidigt stadium. För jag vet liksom själv när man har gått utbildningar, eller när man började läsa fysik, det var ju rena grekiskan i början men man vänjer ju sig vid språk och begrepp”. Hon anser att genom att införa begreppen tidigt blir det inte lika svårt att börja använda begreppen senare, eftersom de båda har hört dem innan och kan koppla dem till tidigare sammanhang.

Lärare 3 och 4 beskriver tillsammans att även de för in begrepp som addition och subtraktion tidigt, men tillsammans med andra begrepp. Det för även inte både addition och subtraktion samtidigt, ”[...] där kan man ju säga att vi, vi gör inte så som i många böcker där e det först addition och sen e det subtraktion [...]”. Anledningen till detta säger de är att många elever annars uppfattar subtraktionen som något negativt och svårt till skillnad från additionen.

Löwing och Kilborn (2002:199-200) beskriver hur införandet av nya begrepp inte behöver ske så tidigt, eftersom eleverna har ett eget språk för den matematik de använder inom de lägre åldrarna. Myndigheten för skolutveckling (2008:17) menar istället att om elever ofta hör matematiska begrepp i olika sammanhang kommer dessa till slut att ingå i deras ordförråd. Löwing (2004:122) menar även att genom att föra in flera begrepp för samma ord, kan det bidra till att det uppstår problem för eleverna. Samtidigt menar Löwing (2004:121) och Myndigheten för skolutveckling (2008:16) att det är viktigt att lärare använder ett tydligt språk.

Går vi tillbaka till Löwing och Kilborn (2002:199-200) menar de att ska eleverna lära sig nya begrepp krävs det att man kopplar de matematiska begreppen med konkreta övningar. På så

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

sätt kan eleverna förstå och sätta begreppen i sammanhang med konkreta exempel. Ahlberg (2000:61) håller med om detta och menar att inläring av begrepp och symboler ska utgå ifrån elevernas sätt att tänka. Lärare 1 utgår nog mer från Löwing och Kilborn och ser hennes begrepp som plussa som ett steg i utvecklingen, där hon menar att plussa ska införas först som en grund för andra begrepp som till exempel addition.

Lärare 2, 3 och 4 resonerar mer som Myndigheten för skolutvecklingen, och menar att genom tidigt införande och ständig påminnelse av begreppen ökar chanserna för att eleverna själva tar till sig begreppen genom de konkreta övningar de använt dem i.

#### **4.4.5 Strategier**

Lärare 1 beskriver strategier som något som används mer de senaste åren. Hon liksom lärare 2, 3 och 4 anser att strategierna är viktiga. Lärare 4 säger exempelvis att, ”[...] ska du räkna ut nåt å bli helt säker måste du ha en bra strategi.”, och menar att elever helt enkelt måste ha strategier för att förstå. Lärare 1 beskriver att de barn som inte ”blir hemma med sina strategier”, får det svårt att förklara hur de tänker. Lärare 3 beskriver även hur tydligt det visar sig om eleverna har lärt sig strategierna eller inte, ”Så kan man ju säga att dom som inte har dom har strategierna som då sitter då ja minus 36 på fingrarna alltså då ser man ju det väldigt tydligt”. Lärare 2 beskriver hur användbara och viktiga strategierna är, och att hon därför ”[...] vill ju liksom att de ska sitta nu. För jag vet vad de ställer till för dem om de inte kan dom när de kommer upp i 4:an – 5:an”.

Vidare menar lärare 1 att alla strategier är bra och att det ofta förekommer många olika eftersom vi alla tänker olika. Detta tycker hon visar sig genom de samtal de har där eleverna själva ska förklara hur de har tänkt och gjort. Lärare 3 och 4 menar även de att eleverna använder många olika strategier. Lärare 2 och 4 är de enda av lärarna som tar upp mängden av strategier som ett problem. Lärare 2 anser att detta ibland gör att eleverna får det svårt att hitta sin egen strategi som passar just dem. Hennes lösning på detta är att hon alltid ger dem sin egen favorit, ”[...] så gav jag min favorit [...] alla måste prova den i alla fall [...]”. Lärare 4 beskrev att ”[...] strategierna som man presenterar är jättebra för dom suger åt sig och tar sin liksom lilla modell å vissa barn blir bara förvirrade”. Hon jämförde med sin egen skolgång där man ställde upp allt ”Å då blev man i alla fall bombsäker på det, nu blir många inte bombsäkra på nåt, det blir lite halvbra på mycket”.

Lärare 2 är den enda som i intervjun beskriver att hon ”I läxan när vi hållit på med strategierna då har de fått en beskrivning hur jag vill att barnen ska tänka, en tankeregul, så de

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

har fått lite undervisning i läxan [...]”. Lärare 2 ger alltså inte bara eleverna verktygen för att klara av strategierna, utan ger även föräldrarna möjligheten att lära sig dem. På så sätt kan eleverna lättare få hjälp hemma eftersom både elev och förälder har fått samma undervisning.

Resultat från nationella prov i matematik i år 5 (Skolverket, 2008) visar att eleverna brister i fungerande strategier. Ahlbergs studie (1992) visade att 9-åringar hade möjligheten att utveckla och skapa förståelse för olika begrepp och lösningar genom att rita till de matematiska uppgifterna. De nationella proven visar att lärarnas val att använda strategier är viktigt, men även att de hjälper eleverna att finna bra strategier de verkligen förstår och kan använda. Exemplet med att rita, kan vara ett sätt att nå elevernas strategier på ett sätt där de inte behöver finna orden för sina strategier.

Hägglom (2000:15) menade att eleverna kan få in det matematiska språket i det vardagliga språket, om de får möjlighet att diskutera sina strategier. Det är därför viktigt att lärarna är noga med att föra samtal kring deras olika strategier, vilket alla lärarna verkar göra mer eller mindre. Men lärare 2:s sätt att presentera sin favorit kanske kan vägleda och underlätta för de elever som har svårt att hitta sina egna strategier.

## 5. Diskussion

### 5.1 Sammanfattning av analys

Vår första del av resultat och analys av intervjuerna handlar om lärarnas definition av det matematiska språket. Sammanfattningsvis tyckte alla 4 lärare att det var svårt att definiera matematikspråk då det innehåller så mycket. Vi analyserade fram 4 kategorier som ingick i en eller flera lärares definition. 3 av lärarna använde sig också av flera kategorier. De olika kategorierna är (1) enheter såsom liter, dl, kg, gram (2) vardagsbegrepp t.ex tidsuppfattning, bakning, jämförelseord och motsatsord såsom kort och lång (3) symboler och begrepp såsom +, =, -, siffror, addition, 10-kompisar, dubblor samt (4) ord i ett sammanhang.

Andra delen av resultat och analys av intervjuerna handlar om hur lärarna introducerar och använder det matematiska språket i klassrummet. De kategorier vi fick fram där var (1) användning av lärobok, (2) konkretisera matematik, (3) kommunikation elev/er – elev/er, lärare – elev/er, (4) symboler och begrepp såsom +, =, -, siffror, addition, 10-kompisar, dubblor samt (5) strategier. Det var under dessa kategorier vi fann likheter och skillnader mellan de olika lärarna. Vi har under analysen av de olika kategorierna i förhållande till intervjuerna kopplat ihop det med socialkonstruktivism, nationella och internationella rapporter om svenska elevers matematikresultat samt den tidigare forskning vi redogjort för tidigare.

### 5.2 Diskussion av analys

Här kopplar vi ihop analysen av intervjuerna med våra frågeställningar och vad vi har kommit fram till.

#### 5.2.1 Vad innebär det matematiska språket för de fyra lärarna?

De 4 lärarna tycker det är svårt att förklara vad matematikspråk är och innehåller och de har alla även svårt att ge en kortfattad, samlad definition.

Häggbloom definierar matematikspråk på följande sätt: ”Matematikspråket består av termer, symboler, beteckningar, bilder och diagram som är specifika för matematiken” (2000:15). Vår definition av matematikspråket är snarlik Häggblooms (Ibid.) då vi har utgått från den: matematikspråk består av ord, ord i ett sammanhang, termer, symboler, beteckningar, bilder och diagram som är specifika för matematiken”.

Sammanfattningsvis förklarar lärarna matematikspråk med att det innehåller och innebär (1) enheter såsom liter, dl, kg, gram (2) vardagsbegrepp till exempel tidsuppfattning, bakning,

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

jämförelseord och motsatsord såsom kort och lång (3) symboler och begrepp såsom +, =, -, siffror, addition, 10-kompisar, dubblor samt (4) ord i ett sammanhang.

Enheter har inte vi eller Häggblom (2000:15) med i våra definitioner vilket lärarna i intervjuerna har. Det kan förklaras med att enheter ses som naturligt och man har tillägnat sig det under tiden man levt och därför tänker man inte på det. Vi har tolkat det så att enheter hör till specifika ord inom matematiken och därför inte haft just enheter som något specifikt för matematikspråkets innehåll. Häggblom har möjligtvis gjort det samma eller kopplat ihop enheter med term. Ordet term har flera betydelser såsom ”i matematiken en storhet förbunden med andra storheter genom plus- eller minustecken” eller ”ord eller uttryck med fastställd definition i en viss terminologi”(Ne, A). Hon kan här mena att term både är siffror som är förbundna till varandra genom exempelvis + eller – tecken och ord med fastställda definition. En lärare tog upp att oftast arbetar man med andra saker inom matematiken än enheter i år 1 och 2. Den lärare som tog upp enheter hade precis arbetat med volymtema i sin klass och det låg då nära till hands att ta upp detta som en förklaring till vad matematikspråk innehåller. Enheter kan också vara detsamma som vardagsbegrepp då man ofta använder orden dl och liter i vardagen. De lärare som angett att matematikspråk är vardagsbegrepp som man använder vid till exempel bakning särskiljer kanske då inte ut enheter som något specifikt inom matematikspråk utan de får tillhöra kategorin vardagsbegrepp.

Vardagsbegrepp tas inte heller upp i vår eller Häggbloms (2000:15) definition. Vi anser att mycket matematikspråk finns i vardagen men vi har kategoriserat dem under begrepp och inte särskilt skilt ut dem. Att lärarna i intervjuerna har tagit med att matematikspråk innehåller vardagsbegrepp kan mycket möjligen bero på att man som lärare försöker sammanföra vardagen med det matematiska för att eleverna ska se att det är så mycket som är matematik. Man tänker inte på att de är matematiska begrepp vare sig de används i vardagen eller inte. Som vi ser på det är det vardagsbegreppen vi som lärare kan använda för att nå eleverna på deras nivåer, för att sedan utveckla nya begrepp. Det gäller bara att synliggöra begreppen och få eleverna att förstå sammanhanget mellan förståelsen för begreppen och användningen av begreppen.

Symboler tas upp av både oss och Häggblom (2000:15). Begrepp kan tolkas vara det samma som ord eller term. Det är också en lärare som enbart använt sig av symboler och begrepp som sin förklaring till vad matematiskt språk är. Det kan tolkas så att den lärare anser att

vardagsbegrepp, enheter samt ord i ett sammanhang alla är begrepp och gjort en samlad förklaring till vad matematiskt språk är.

Hägglblom (2000:15) tog upp bilder och diagram, men detta tog ingen av lärarna upp under intervjuerna som förklaring till det matematiska språket. Det kan vara så att diagram inte är något man arbetar med i år 1 – 2 i första taget, däremot står det som ett av målen att uppnå i år 3 (Se bilaga 2). Bilder i definitionen tolkar vi som att eleverna kan se matematiska uttryck som en bild, som till exempel  $7+3 = 10$ .

Ord i ett sammanhang som förklarades av en lärare kan bland annat innebära de ord som har en vardaglig betydelse och en matematisk betydelse som till exempel volym. Används inte ordet volym i ett sammanhang vet man inte vilket volym som efterfrågas. För att ge en kortfattad förklaring vad det matematiska språket innehåller tolkar vi det som att Hägglblom (2000:15) för samman ord, termer i matematiska uttryck, begrepp och olika ord i olika sammanhang med ordet term. Vi och lärarna har valt att utveckla det hela med att säga ord i ett sammanhang. Detta för att förtydliga att man måste förklara ord genom ett sammanhang för att man ska kunna förstå vad man menar. Om man undrar hur mycket en spann innehåller räcker det inte med att fråga en elev: - Vad är det för volym? Frågan kan då bland annat tolkas som om man undrar vilken volym det är i klassrummet. Frågan måste kopplas till spannen och innehållet.

Om vi tittar på våra styrdokument går det att utläsa på flertal ställen (Se bilaga 2) att det är viktigt med elevernas matematikspråk. Bland annat tar man upp att eleverna ska lära sig förklara och resonera om matematiska problem både skriftligt och muntligt. Eleverna ska även kunna använda sig av olika måttssystem och kunna använda och förklara grundläggande begrepp. Därför är matematikspråk något som lärare måste förhålla sig till. Vi tror att lärarna i intervjuerna är medvetna om vad matematikspråk är, men att det kan vara bra att kunna sätta ord på det för att synliggöra förklaringen för sig själv. I många av barnens matematikböcker, som till exempel *Matte mosaik 1B* (Olstorpe m.fl., 2004), står det att uppgiften ska skrivas med matematikspråk. Då måste läraren veta vad hon som lärare efterfrågar, är det symboler, specifika matematiktermer eller begrepp? Läraren måste också se det hela ur ett längre perspektiv än just den aktuella uppgiften. Enligt Löwing (2004:121) och Myndigheten för skolutveckling (2008:16) kan ett oprofessionellt språk leda till minskad förståelse och missuppfattningar både för stunden och längre fram under skollåren för eleverna.



### **5.2.2 Vad i det matematiska språket introducerar lärarna först?**

Enligt vår definition av det matematiska språket har alla lärarna liknande delar som de introducerar först. Två av lärarna introducerar både plus och minus parallellt med varandra, för att subtraktionen inte ska bli för svår och tråkig. Den ena läraren tar hjälp av matematikboken och dess struktur för införandet av nya begrepp, alltså styrs hennes undervisning till viss del av vilket läromedel hon använder. En lärare har inte beskrivit om hon inför addition och subtraktion enskilt eller parallellt. Det som dock har framkommit är att denna lärare anser att inläringen måste ske under en längre period än de andra lärarna, hon ser det som att eleverna inte direkt kommer att förstå utan att förståelse krävs träning och tid. Vygotskijs (Johnsenn Hoines, 1998:78, 91) språk av första och andra ordningen kan mer förstås ur den sista lärarens införande av begrepp, att det tar tid att göra de matematiska begreppen till språk av första ordningen. När det gäller införandet att begreppen parallellt så menar Löwing (2004:259) att viss kunskap är kunskap som byggs upp från annan kunskap och det kan därför vara både positivt och negativt med att införa både addition och subtraktion. Positivt i den mening att förståelsen för addition respektive subtraktion kan bli lättare då eleverna får tillgång till båda räknesätten samtidigt, de kan utveckla matematisk förståelse i ett större sammanhang tidigt. Negativt kan det istället bli, då det enligt bland annat Vygotskij, kräver tid, diskussioner och konkretisering för att bygga förståelse för nya begrepp, vilket det kanske inte ges lika mycket när man från början arbetar parallellt med två räknesätt.

Det är tre av lärarna som väljer att föra in de korrekta begreppen, som addition, direkt till eleverna. Två av dessa lärare väljer att blanda flera begrepp, för att eleverna ska höra olika begrepp och med tiden sammankoppla dem med undervisningens olika delar. En lärare anser att genom att bara föra in plussa, och inte använda begreppen addition från början, kan hon fånga eleverna lättare och det är så grunden läggs inför införandet av additionsbegreppet. Den sistnämnda lärarens val av införande av additionsbegreppet kan vara det som Löwing och Kilborn (2002:199-200) menar med att läraren ska ta tillvara på elevernas språk och låta dem använda detta. Vidare menar samma forskare (Ibid.), att när läraren väl beskriver och använder matematiska termer är det viktigt att hon är konsekvent, använder rätt termer och att utvecklingen får ske under en längre tid. Detta kan ses som det den ena läraren gjorde vid införandet av nya begrepp, alltså tidigt införande av addition men under en längre tid. Det är med andra ord viktigt att läraren själv ställer sig frågan om hur och vilka begrepp som eleverna ska lära sig, för att sedan kunna urskilja elevernas utveckling.

Tre av de fyra lärarna tar upp begrepp som 10-kompisar och dubblor. Vi har gjort antagandet att eftersom den ena läraren i parintervjun tog upp dessa begrepp, har den 4:e läraren helt enkelt nöjt sig och inte tagit upp det till vidare diskussion. Begrepp som 10-kompisar och dubblor anser lärarna är ett tidigt och viktigt steg för att eleverna ska lägga en grund och genom dessa finna strategier som underlättar för den fortsatta utvecklingen.

Alla fyra lärarna lyfter fram = - tecknet och hur de tidigt börjar arbeta med förståelsen av symbolen. De är alla eniga om att förståelsen av = - tecknet är viktig, inte bara för att kursplanen i matematik (Se bilaga 2) tar upp det, utan även för att de nationella proven uppmärksammar detta (Skolverket F).

Tre av lärarna för även tidigt in olika enhetsbegrepp Valet av vilka enhetsbegrepp som införs grundar sig mer i vad lärarna väljer att föra in än elevernas egna erfarenheter. Däremot kopplas begreppen till elevernas egna erfarenheter. Det finns vardagsbegrepp som kan kopplas till enheter, som till exempel dl och liter som används vid bakning och det är just sådana delar som de tre lärarna tar tillvara på i början av matematikundervisningen. På så sätt kan eleverna lättare fånga upp och relatera till de nya begreppen.

### **5.2.3 Hur menar lärarna i intervjun att de introducerar nya begrepp?**

Ingen av lärarna använder sig enbart av matematikboken när de arbetar med matematik med eleverna utan plockar andra saker såsom andra läroböcker, konkretiseringsmaterial, matematikprat med mera. Ahlberg (2000:10) tycker det är viktigt att barnen inte kommer i kontakt med läroboken med en gång när de börjar skolan då de inte alltid (Ahlberg:1998:10, 16, Sterner 2000:216, 220) förstår de matematiska symbolerna. Vygotskij (Bråten, 1998:21) menade att lärarna måste bygga de vetenskapliga begreppen med hjälp av barnens spontana vardagsbegrepp. För att ta hjälp av elevernas vardagsspråk eller de spontana vardagsbegrepp, som Vygotskij (Ibid.) uttryckte det, pratar man mycket matematik under lektionerna. Alla lärare har genomgångar där olika saker inom matematiken diskuteras. En lärare uttryckte att hon då lättare förstår eleverna och deras tänk vilket Löwing (2004:249) anser är väldigt viktigt. Hon menar att man som lärare måste ha kunskap om elevernas förförståelse för att kunna lägga upp en individuell planering för dem.

En av lärarna menar att hon låter eleverna sitta två och två eller flera och diskutera nya begrepp med varandra. Detta menar Olander (2010:111) utvecklar en vetenskaplig betydelse och förståelse över begrepp och eleverna skaffar sig ett så kallat interlanguage. Det gör också att eleverna kan fortsätta diskussioner utanför klassrummet vilket läraren har märkt att

eleverna gör, då matematikarbeten som genomförts synliggjorts genom att man sätter upp dem på väggen.

Lärarna använder begreppen lite olika då en av lärarna inte nämner addition utan säger lägga ihop eller plussa, en lärare använder begreppen addition och subtraktion kontinuerligt medan 2 av lärarna blandar begrepp som till exempel plus, addition och lägga ihop. Gemensamt för lärarna är att de ger en anledning till att de gör som de gör. Läraren som säger plussa menar att addition är ett för svårt begrepp för eleverna att ta till sig och bygger senare upp addition med hjälp av plussa. Hon vill använda sig av elevernas erfarenhet och språk som grund för att utveckla begreppen. Den lärare som använder addition och subtraktion kontinuerligt menar att man inte behöver vänta med begreppen utan istället vänja eleverna vid dem med en gång. Eleverna själva använder inte begreppen men förstår dem när hon använder dem. De lärare som blandar uttrycken gör det för att något av uttrycken är det som eleverna förstår och därför uppstår inga missuppfattningar. Som vi förstår det är det viktigt att eleverna bygger upp rätt förståelse för begreppet. Nackdelen med att använda enklare uttryck som till exempel plussa istället för addition, anser vi, att man annars också använder enklare uttryck som senare kan leda till missuppfattningar. Till exempel om man kallar bollen för cirkel eller kvadrat för fyrkant. Det kan också visa att man brister i sitt yrkesspråk (Colnerud & Granström, 1999:43 ff) som lärare genom att inte använda korrekta begrepp. Det handlar då inte enbart om vilka begrepp man ska använda utan också om när man ska använda dem. Löwing och Kilborn (2002:199-200) anser visserligen att barn kan lära sig matematik utan många delar av det specifika matematiska språket men vi tolkar det som att de menar att man kan vänta med att använda ord som bråk, volym med flera som både har en vardaglig och en matematisk betydelse. Det för att Löwing (2004:121) också tycker att det är viktigt att lärare använder ett tydligt språk vilket även Myndigheten för skolutveckling (2008:16) anser.

Alla lärarna uttryckte att de arbetar mycket med konkretiseringsmaterial för att öka förståelsen. En av lärarna uttrycker att hon utgår från det som eleverna tycker om och är intresserade av såsom godis och pärlor. Två av lärarna låter barnen arbeta mycket med olika konkretiseringsmaterial som till exempel olika spel. Vikten av att använda olika material tar Ahlberg (2000:52) och Lennerstad (2008:57) upp. Det som vi har uppfattat som det viktiga med konkretisering är att man tänker på språket man använder under laborationerna så att man knyter an det med det formella matematikspråket (Löwing & Kilborn 2002:223 ff, Löwing 2008:94, Häggblom 2000:20). När man under senare år i skolan möter mer abstrakt matematik går det inte alltid att konkretisera. Då måste det man tidigare ha konkretiserat

utvecklats till en matematisk modell som man också kan använda i andra situationer (Löwing 2004:92).

#### **5.2.4 Vilken betydelse anser lärarna att användningen av det matematiska språket har för elevernas matematikförståelse?**

Samtliga lärare tar upp det viktiga med att eleverna ska kunna sina strategier. Bristande funktionella strategier är något man märkt i resultaten från de nationella proven för år 5 (Skolverket E) och TIMSS (Skolverket K). De strategier lärarna tar upp för år 1-2 är användandet av 10-kompisar, exempelvis automatiserat  $3+7$  och dubblor såsom  $3+3$ . Kan de dessa begrepp och strategier kan de använda dem vid huvudräkningar av större tal. Eleverna fastnar inte då i matematiska problem för att de inte kan abstrahera (abstrahera innebär att man skapar en allmän och övergripande föreställning om något, Ne B, 2010) och förstå aritmetiken (den del av matematiken som behandlar de fyra räknesätten, Ne C, 2010), utan kan koncentrera sig på vad som frågas i uppgiften. Lärarna menar att detta är viktigt för att om eleverna till exempel räknar på fingrarna och inte ha lärt sig strategierna från början, får de problem när de arbetar med större tal som överstiger 10, då fingrarna inte räcker till. En lärare märkte tydligt att eleverna tyckte matematiken blev tråkigare med subtraktion med större tal. Hon menar att det verkade som om det blev mer abstrakt och då svårare. Det matematiska språket har med strategier att göra då det innebär att eleverna måste veta vad exempelvis ental och tiotal är. De måste även förstå värdet av olika siffror och kunna lära sig det abstrakta av större tal och konkretiserat ner det till en förståelse. För att veta hur stora tal barnen kan abstrahera, det vill säga hur stora tal de kan skapa en övergripande föreställning om, måste läraren ha en förförståelse över vad eleven kan. En av lärarna anser att hon genom diskussioner med eleverna får reda på deras strategier och då även deras förförståelse. Det framgår dock inte om det är samtal lärare- elev eller elever i större grupper som diskuterar.

Löwing (2008:10-11) anser att eleverna ofta utvecklar procedurkunskap genom att arbeta i böckerna och förstår inte riktigt vad de gör. Resultatet av TIMSS (Skolverket K) visade att elevernas hade låga lösningsfrekvenser och man tolkar det som att de mest tillägnat sig procedurkunskaper. Lärarna är uppmärksamma på detta problem och använder därför inte matematikboken som kan ge upphov till procedurkunskap i stor utsträckning.

En lärare sa att hon har valt läromedlet för att den använde de begrepp som hon gjorde. Löwing (2004:254) menar att lärobokens matematikspråk ofta skiljer sig från lärarens språk och därför förstår ofta inte eleverna språket i böckerna. Att använda sig av samma begrepp i

olika sammanhang exempelvis diskussioner och läroböcker leder till att möjligheten för missuppfattningar minskar. En lärare använde sig av plussa istället för addition, vilket var ett medvetet val av henne då hon ansåg att barnen förstod begrepp bättre då man byggde upp begreppen från deras erfarenhetsvärld. Det är möjligt att hon, via diskussioner med barnen, kommit fram till att plussa var ett begrepp som de förstod. Att utgå från barnens erfarenheter anser Ahlberg (2000:61) och Vygotskij (1999:275) vara viktigt då de ska förstå nya begrepp. Vi tolkar det som att det är ännu viktigare när det gäller de matematiska symbolerna och att de ska kopplas till barnens erfarenheter. De andra lärarna använder begreppen addition eller blandade begrepp då man anser att om man pratar barnspråk med barnen utvecklas de inte. De vänjer sig också vid begreppen och förstår dem även om de inte använder dem själva.

Då resultaten från de första nationella proven för år 3 (Skolverket F) visar att eleverna har bristande förståelse för = tecknet är det något som lärarna arbetat mycket med eleverna. Några av lärarna har ändå upplevt det som eleverna har svårigheter med förståelsen med tecknet. I läroböcker finns också tal såsom  $3 - \_ = 2$  (Olstorpe m.fl., 2004:55). Det är ett tal som ser ut ungefär som det tal som många elever i de nationella proven för år 3 missuppfattade. Det här kan visa på procedurkunskap då man kanske förstår när man är på den sidan i boken men inte om man möter uppgiften på annat ställe.

### **5.3 Slutdiskussion**

Vi har inte med vår undersökning haft avsikt att hitta en metod som man måste använda för att elever i år 1-2 ska bygga upp en förståelse för matematikspråket. Vår avsikt har heller inte varit att kontrollera om de 4 lärarna vi har intervjuat gör rätt enligt forskningen. Vi har gjort denna undersökning då vi har velat synliggöra det matematiska språket och visa hur stor del av matematiken som kan knytas an till matematikspråket. Undersökningen kan även kopplas till att förstå vilken betydelse det matematiska språket har för elevernas matematikförståelse och vilken betydelse det har för att förbättra våra elevers matematikresultat.

Vi anser att våra frågeställningar har besvarat vårt syfte. Då vi har inspirerats av en fenomenografisk metod har vi letat efter likheter och skillnader i intervjuvaren hos de intervjuade och även funnit det. Mycket av det vi tagit upp under arbetets gång kan kopplas till samma teorier och flera gånger händer det att samma saker diskuteras. Vi är medvetna om detta, men vill understryka att det beror på att mycket av de olika delarna i analysen och diskussionen kan hänvisas till flera delar inom kommunikation och att vi medvetet har valt att göra på detta sätt.

För att sammanfatta det vi kommit fram till har vi förstått att matematikspråk behöver bli ett språk av första ordning för eleverna (Johnsenn Hoines 1998:78, 91, Vygotskij 1999:275) . För att det ska bli det behöver man bygga upp matematikspråket från elevernas erfarenhetsvärld (Vygotskij 1999:275, Ahlberg 2000:61) och med hjälp av elevernas vardagsspråk (Olander 2010:105). Detta anser vi är väldigt viktigt för elevernas framtida matematikförståelse. Eleverna i skolan ska lära för livet, det vill säga den kunskap de skaffar sig i skolan ska de ha användning för under sitt liv. Att räkna i en lärobok är inte något det stora antalet gör senare i livet utan man träffar på matematiken i vardagen. Sett till elevernas resultat i olika undersökningar visar det att eleverna i svenska skolor har delvis svårt att förstå vissa matematiska symboler och är mer inriktade på att räkna som man gör i matematikboken och försöker inte reflektera över olika lösningar till de matematikproblem de ställts inför.

I diskussioner och samtal med och mellan eleverna, där deras vardagsspråk används, är gruppkonstellationen viktig (Löwing 2008:98, Ahlberg 1998:45) för att en utveckling av språket ska kunna ske. Svårigheten med att föra diskussioner i dagens stora elevgrupper har vi inte tagit upp i vår uppsats. Vi känner att det är en problematik som kräver en helt egen undersökning så därför har vi valt att bortse från det faktum här. Däremot kan man ändå reflektera över vem som ska diskutera eller arbeta hop med vem. Det är inget man kommer fram till efter första lektionen med eleverna utan ett gott samarbete är ett mål man ska arbeta mot. Meningen med samarbete, anser Vygotskij enligt Bråten och Thurmann-Moe (1998:105) är att nå elevernas närmsta utvecklingszon, men det är inte något man kommer att lyckas med varje gång anser vi. Detta är också viktigt att få reda på elevernas förförståelse (Olsson 2000:183, 185, Löwing 2004:259). Den ändras under tidens gång och måste reflekteras över mycket. Vår uppfattning är att när man inser att ett barn inte förstår och det hela blir för abstrakt för eleven, ska man ta ett eller flera steg tillbaka. Det gäller att hitta var i förståelsen eleven börjar missuppfatta och därifrån bygga upp den. Det kan vara så, som en lärare i intervjun ansåg, att subtraktion upp till tiotal går bra men sedan blir det för abstrakt. Då hjälper det inte att räkna två sidor i en matematikbok med liknande uppgifter som exempelvis 93-45, utan man måste kanske gå tillbaka till subtraktion med ental igen.

Det är också viktigt att man pratar matematik i ett sammanhang, då ord har olika betydelser i olika sammanhang (Dahl, 2008:122,125, Lemke 1990:12). Ord som kan försvåra matematikförståelsen är bland annat ord som har en betydelse i vardagligt språk och en annan betydelse i matematiskt språk, som till exempel orden bråk och volym (Myndigheten för skolutveckling 2008:16, Löwing 2004:72, 117). Om man startar upp ett tema i volym utan att

först diskutera begreppet volym är vi övertygade om att det leder till missuppfattningar. Eleven känner att det är svårt och självförtroendet sjunker. Lärarens professionella språk är viktigt (Colnerud & Granström 1999:43 ff) då det annars kan leda till missförstånd (Löwing 2004:122). Detta har blivit vanligare enligt Löwing (Ibid.) då läraren ofta handleder istället för undervisar eleverna. Lärarna i vår intervju arbetade lite olika med begrepp, framförallt med begreppen addition och subtraktion. Alla hade en förklaring till varför man gjorde som man gjorde. En lärare använde ordet plussa och lät det vara det överordnade begreppet när hon pratade addition. Detta för att hon ansåg att det låg närmare barnens förståelse. De andra lärarna använde addition och subtraktion eller växlade mellan addition, lägga till och subtraktion och dra ifrån. Deras förklaring till varför de använde begreppen som de gjorde var att de ansåg att man inte skulle prata barnspråk med barnen eftersom barnens språk då inte utvecklades. En annan anledning var att om barnen får höra begreppen bygger de upp en förståelse efter hand för begreppen. Vi anser att det viktigaste är att man är medveten som lärare vad man gör och varför. Man behöver reflektera över sitt val av till exempel användning av begrepp.

Att konkretisera matematiken anser alla lärare i intervjun vara viktigt. Svårigheten med att konkretisera ansåg Löwing och Kilborn (2002:223 ff) var att relatera det man konkretisera till det matematiska språket. Gör man inte det hjälper inte konkretisering till för att förstå det abstrakta i matematiken. Vår uppfattning är att det blir bara mer roligt under matematiklektionerna och detta kan vara en anledning till att matematiken anses som rolig i år 1-2, men tråkigare längre fram när språket blir mer abstrakt. Lärarna måste försöka koppla ihop laborationer med matematikspråket för att eleverna ska finna samband mellan dem. Vi tror att här ligger en stor anledning till att matematik blir svårt och tråkigt högre upp i årskurserna. Många pratar om konkretisera matematiken, men få pratar om att koppla det till det abstrakta. Man gör det för att eleverna ska förstå för tillfället och för att det är roligt.

Detta kan kopplas samman till resultatet i de nationella proven (Skolverket E, F), PISA-undersökningar (Skolverket I) samt TIMSS (Skolverket K) som visar att där svenska elever brister i matematiken är när de möter något annorlunda matematik än de är vana vid. Elevers matematikresultat visar att det är vana vid procedurkunskap. Det anser även Löwing (2008:10-11) och tycker att man ska inrikta undervisningen åt mer begreppslig inläring. Vår uppfattning är att man bygger upp begrepps-inläring genom konkretisering men inte alltid får med sig det formella matematikspråket. Vår undersökning visar att lärarna har uppmärksammat problemet med läroböcker och använder inte läroboken i speciellt stor

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

utsträckning mer än när de vill nöta in olika strategier. De har också undersökningarna som vi presenterat visat att användningen av läroböcker kan vara en av anledningarna till att eleverna utvecklar procedurkunskap istället för matematikförståelse.

Enkelt uttryckt anser vi att matematikspråket ska byggas upp utifrån elevernas erfarenhet i diskussioner emellan eleverna med hjälp av deras vardagsspråk. Sedan krävs konkretisering för att förstå matematiska operationer men konkretiseringen måste byggas upp med det formella matematikspråket.

#### ***5.4 Framtida forskning***

För fortsatt forskning inom vårt område skulle det vara intressant att undersöka hur man rent konkret gör för att koppla samman det matematiska fackspråket med konkretiseringen av matematik. Detta skulle göras genom observationer av matematiklaborationer och vara ett längre projekt där man kan följa eleverna under flera år. Då kan man även se hur deras inställning till matematik är under de senare åren i skolan.



## 6. Referenslista

- Ahlberg, A. (1998). *Meeting Mathematics, Educational studies with young children*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Ahlberg, A. (2000). Att se utvecklingsmöjligheter i barns lärande, (ss.9-97). *Matematik från början*. Göteborgs universitet: Nämnaren.
- Alvesson, M. & Sköldberg, K. (2008, andra upplagen). *Tolkning och reflektion*. Lund: Studentlitteratur.
- Barlebo Wenneberg, S. (2001). *Socialkonstruktivism – positioner, problem och perspektiv*. Liber AB.
- Bråten, I. (1998). *Om Vygotskijs liv och lära* (ss.7-32) Bråten, I. (red.) *Vygotskij och pedagogiken*; Lund: Studentlitteratur.
- Bråten, I. & Thurmann-Moe, A. (1998). *Den närmsta utvecklingszonen som utgångspunkt för pedagogisk praxis* (ss.103-121) Bråten I. (red.) *Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.
- Colnerud, G. & Granström, K. (1999). Respekt för lärare, Om lärares professionella verktyg – yrkesspråk och yrkesetik. Stockholm: HLS Förlag.
- Denscombe, M. (2004). *Forskningens grundregler – Samhällsforskarens handbok i tio punkter*. Lund: Studentlitteratur
- Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (2000). Att utveckla små barns antalsuppfattning, *Matematik från början* (ss.99-119). Göteborgs universitet: Nämnaren
- Hägglom, L. (2000). *Räknespår, barns matematiska utveckling från 6 till 15 års ålder*. Åbo: Åbo Akademis förlag.
- Imsen, G. (2006). *Elevens värld, Introduktion till pedagogisk psykologi*. Studentlitteratur.
- Johansson, B. & Svedner, P – O. (2001). *Examensarbetet i lärarutbildningen – Undersökningsmetoder och språklig utformning*. Uppsala: Kunskapsföretaget i UPPSALA AB.
- Johnsen Hoines, M. (1998). *Begynneropplaeringen, Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning*. Landås: Caspar Forlag AS.
- Kvale, Steinar. (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur
- Lemke, J L (1990). *Talking science: language, learning and values*. Ablex Publishing
- Lennerstad H (2008) *Introduktion* (ss.7-17). Lennerstad, H. & Bergsten, C. (red.) *Matematiska språk*. Stockholm: Santérus förlag.

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

- Lennerstad, H. (2008). *Matematik och matematiska – om språnget mellan betydelser och formler* (ss.43-73). Lennerstad H & Bergsten C (red.). *Matematiska språk*. Stockholm: Santérus förlag.
- Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Löwing, M. (2008). *Att kommunicera matematik i skolan* (ss.91-104). Lennerstad H & Bergsten C (red.). *Matematiska språk*. Stockholm: Santérus förlag.
- Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M. & Kilborn, W. (2008). *Språk, kultur och matematikundervisning*. Lund: Studentlitteratur.
- Myndigheten för skolutveckling. (2008). *Mer än matematik - om språkliga dimensioner i matematikuppgifter*. Stockholm: Liber distribution.
- Nilsson, G. (2005). *Att äga pi. Praxisnära studier av lärarstudenters arbete med geometriska laborationer*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Olander, C. (2010). *Towards an interlanguage of biological evolution*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Olsson, I. (2000). Att skapa möjligheter att förstå, *Matematik från början* (ss.179-214) Göteborgs universitet: Nämnaren.
- Olstorpe, K., S. & R., Skoogh, L., Johansson, H., Lundberg, M. (1998). *Matte mosaik B – Grundbok 1B*. Stockholm: Liber AB.
- Patel, R. & Davidsson, B. (2003). *Forskningsmetodikens grunder – Att planera, genomföra och rapportera en undersökning*. Lund: Studentlitteratur.
- Uljens, M. (1989). *Fenomenografi – forskning om uppfattningar*. Lund: Studentlitteratur.
- Schoultz, J. (2000). *Att samtala om/i naturvetenskap*. Linköping: Linköpings Universitet.
- Searle, J (1999) *Konstruktionen av den sociala verkligheten*. Daidalos.
- Staberg, E-M. (2002). *Om naturarna i ett könsperspektiv*, (ss.245-268). Strömdahl Helge (red.) *Kommunicera naturvetenskap i skolan*. Studentlitteratur.
- Sterner, G. (2000). *Matematik och språk* (ss.215-231). *Matematik från början*. Göteborgs universitet: Nämnaren.
- Williams, P. (2001). *Barn lär av varandra – Samlärande i förskola och skola*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Vygotskij, L. (1999). *Tänkande och språk*. Göteborg: Daidalos AB.

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

Vygotskij, L. (1995). *Fantasi och kreativitet i barndomen*. Göteborg: Daidalos AB.

Z.Ozerk, K. (1998). *Olika språkuppfattningar, begreppsteorier och ett undervisningsteoretiskt perspektiv på skolämneshärläring* (ss.80 – 102) Bräten, I. (red) *Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.

## **6.1 Elektroniska källor**

Nationalencyklopedin A, 2010: *Uppslagsverk*. (28.4.2010).

[http://www.ne.se/lang/term/326015\\_100428\\_ne.se](http://www.ne.se/lang/term/326015_100428_ne.se)

Nationalencyklopedin B, 2010: *Uppslagsverk*. (13.5.2010).

<http://www.ne.se/sok/abstrahera?type=NE>

Nationalencyklopedin C, 2010: *Uppslagsverk*. 13.5.2010).

<http://www.ne.se/lang/aritmetik>

Skolverket A, 2006: *Läroplanen – 94, Styrdokument*. (3.3.2010).

<http://www.skolverket.se/publikationer?id=1069>:

Skolverket B, 2006: *Läroplanen – 94, mål att sträva efter*. (3.3.2010).

[http://www.skolverket.se/publikationer?id=1069\\_9,10](http://www.skolverket.se/publikationer?id=1069_9,10)

Skolverket C, 2000: *Kursplan för Matematik*. (3.3.2010).

<http://www.skolverket.se/sb/d/2386/a/16138/func/kursplan/id/3873/titleId/MA1010%20-%20Matematik>

Skolverket D, 2010: *Om nationella prov*. (3.3.2010). <http://www.skolverket.se/sb/d/2852>

Skolverket E, 2010: *Resultat nationella prov år 5*. (3.3.2010).

<http://www.skolverket.se/publikationer?id=2118>

Skolverket F, 2010: *Resultat nationella prov år 3*. (3.3.2010).

[http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/63/22/%E4mnesprov%E5k3\\_webb.pdf](http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/63/22/%E4mnesprov%E5k3_webb.pdf)

Skolverket G, 2010: *Vad är PISA?* (10.3.2010). <http://www.skolverket.se/sb/d/254>

Skolverket H, 2010: *PISA 2009*. (10.3.2010). <http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/19178>

Skolverket I, 2006: *PISA 2006*. (10.3.2010). <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1759>

Skolverket J, 2010: *Vad är TIMSS?* (10.3.2010). <http://www.skolverket.se/sb/d/252>

Skolverket K, 2008: *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007*. (10.3.2010).

<http://www.skolverket.se/publikationer?id=2126>

## Bilaga 1

Vi kommer i början av intervjun ta upp frågor kring den intervjuades bakgrund och utbildning, för att sedan gå vidare med intervjufrågorna. Vi har även skrivit stöd till följdfrågor, för att ha olika förslag tillgängliga. Slutligen har vi några extrafrågor att använda om intervjun stannar av. Vår tanke med intervjuerna är dock inte att vi ska styra intervjun och det har ingen betydelse om just dessa frågor används. Vi ser det som mer positivt om lärarna själva styr större delen av intervjun och att vi kan bidra med intressanta följdfrågor som kan ge oss ett uttömmande svar.

### **Intervjufrågor**

- Vad anser du matematikspråk är?
- Tycker du det är viktigt att eleverna lär sig det matematiska språket?
- Kan man använda sig av barnens vardagliga språk och utveckla det till ett formellt matematikspråk? Om ja, hur då?
- Ska man börja direkt med matematikspråk eller ska man vänta tills barnen blivit äldre?
- Kan du beskriva hur du arbetar konkret med att föra in det matematiska språket?
- Kan du berätta hur din matematikundervisning ser ut, vilka arbetssätt och metoder använder du dig av?
- Arbetar ni mycket med att konkretisera matematikundervisningen och hur då i så fall?

### **Förslag på följdfrågor:**

- Varför eller varför inte?
- Menar du...
- Kan du förklara hur du menade med...
- Ge exempel
- Utveckla gärna din tanke kring...

### **Fler frågor att använda vid behov:**

- Vilket språk använder du som lärare i klassrummet?
- Vilka matematiska termer tycker du att eleverna ska komma i kontakt med först?
- Använder ni mattebok i undervisningen?
- Hur anser du att språket ser ut i matematikböckerna?
- Använder ni andra böcker för matematikspråkinläring?
- Varför för man in nya matematiska begrepp såsom 10-kompisar, dubblor?

### **Styrdokument**

#### **Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshem - Lpo94**

”Mål att sträva mot anger inriktningen på skolans arbete. De anger därmed en önskad kvalitetsutveckling i skolan.”

”Mål att uppnå uttrycker vad eleverna minst skall ha uppnått när de lämnar skolan. Det är skolans och skolhuvudmannens ansvar att eleverna ges möjlighet att uppnå dessa mål.” (SkolverketA, s.8)

Under mål att sträva mot i läroplanen står det blanda annat att eleverna ska:

”lär sig att kommunicera på främmande språk,  
[...]lära sig att lyssna, diskutera, argumentera och använda sina kunskaper som redskap för att formulera och pröva antaganden och lösa problem” (SkolverketB, s.9,10)

Under mål att uppnå i Lpo94 står det blanda annat att eleverna ska

”behärskar det svenska språket och kan lyssna och läsa aktivt och uttrycka idéer och tankar i tal och skrift,  
”behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet” (Ibid:10)

#### **Kursplan för Matematik (Skolverket C)**

Inrättad 2000-07 SKOLFS: 2000:135

#### **Ämnets syfte och roll i utbildningen**

Grundskolan har till uppgift att hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande.

Matematiken är en viktig del av vår kultur och utbildningen skall ge eleven insikt i ämnets historiska utveckling, betydelse och roll i vårt samhälle. Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem.

Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem.

## Mål att sträva mot

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven

- utvecklar intresse för matematik samt tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära sig matematik och att använda matematik i olika situationer,
- inser att matematiken har spelat och spelar en viktig roll i olika kulturer och verksamheter och får kännedom om historiska sammanhang där viktiga begrepp och metoder inom matematiken utvecklats och använts,
- inser värdet av och använder matematikens uttrycksformer,
- utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande,
- utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen,
- utvecklar sin förmåga att använda enkla matematiska modeller samt kritiskt granska modellernas förutsättningar, begränsningar och användning,
- utvecklar sin förmåga att utnyttja miniräknarens och datorns möjligheter.

Strävan skall också vara att eleven utvecklar sin tal- och rumsuppfattning samt sin förmåga att förstå och använda

- grundläggande talbegrepp och räkning med reella tal, närmevärden, proportionalitet och procent,
- olika metoder, måttssystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma storleken av viktiga storheter,
- grundläggande geometriska begrepp, egenskaper, relationer och satser,
- grundläggande statistiska begrepp och metoder för att samla in och hantera data och för att beskriva och jämföra viktiga egenskaper hos statistisk information,
- grundläggande algebraiska begrepp, uttryck, formler, ekvationer och olikheter,
- egenskaper hos några olika funktioner och motsvarande grafer,
- sannolikhetstänkande i konkreta slumpsituationer.

## Ämnets karaktär och uppbyggnad

Matematik är en levande mänsklig konstruktion som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition. Matematik är också en av våra allra äldsta vetenskaper och har i stor utsträckning inspirerats av naturvetenskaperna. Matematikämnet utgår från begreppen tal och rum och studerar begrepp med väldefinierade egenskaper. All matematik innehåller någon form av abstraktion. Likheter mellan olika företeelser observeras och dessa beskrivs med matematiska objekt. Redan ett naturligt tal är en sådan abstraktion.

Tillämpningar av matematik i vardagsliv, samhällsliv och vetenskaplig verksamhet ger formuleringar av problem i matematiska modeller. Dessa studeras med matematiska metoder. Resultatens värde

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

beror på hur väl modellen beskriver problemet. Kraftfulla datorer har gjort det möjligt att tillämpa allt mer precisa modeller och metoder inom områden där de tidigare inte varit praktiskt användbara. Detta har också lett till utveckling av nya kunskapsområden i matematik som i sin tur lett till nya tillämpningar.

Problemlösning har alltid haft en central plats i matematikämnet. Många problem kan lösas i direkt anslutning till konkreta situationer utan att man behöver använda matematikens uttrycksformer. Andra problem behöver lyftas ut från sitt sammanhang, ges en matematisk tolkning och lösas med hjälp av matematiska begrepp och metoder. Resultaten skall sedan tolkas och värderas i förhållande till det ursprungliga sammanhanget. Problem kan också vara relaterade till matematik som saknar direkt samband med den konkreta verkligheten. För att framgångsrikt kunna utöva matematik krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer. Detta gäller alla elever, såväl de som är i behov av särskilt stöd som elever i behov av särskilda utmaningar.

Matematik har nära samband med andra skolämnen. Eleverna hämtar erfarenheter från omvärlden och får därmed underlag för att vidga sitt matematiska kunnande.

## **Mål som eleverna lägst ska ha uppnått i slutet av det tredje skolåret**

Målen uttrycker en lägsta godtagbar kunskapsnivå. Skolan och skolhuvudmannen ansvarar för att eleverna ges möjlighet att uppnå denna. De flesta elever kan och ska komma längre i sin kunskapsutveckling än vad denna nivå anger.

Eleven ska ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att

- kunna tolka elevnära information med matematiskt innehåll,
- kunna uttrycka sig muntligt, skriftligt och i handling på ett begripligt sätt med hjälp av vardagligt språk, grundläggande matematiska begrepp och symboler, tabeller och bilder, samt
- kunna undersöka elevnära matematiska problem, pröva och välja lösningsmetoder och räknesätt samt uppskatta och reflektera över lösningar och deras rimlighet.

Inom denna ram ska eleven

*beträffande tal och talens beteckningar*

- kunna läsa och skriva tal samt ange siffrors värde i talen inom heltalsområdet 0-1000,
- kunna jämföra, storleksordna och dela upp tal inom heltalsområdet 0-1000,
- kunna dela upp helheter i olika antal delar samt kunna beskriva, jämföra och namnge delarna som enkla bråk,
- kunna beskriva mönster i enkla talföljder, och
- kunna hantera matematiska likheter inom heltalsområdet 0-20,

*beträffande räkning med positiva heltal*

- kunna förklara vad de olika räknesätten står för och deras samband med varandra med hjälp av till exempel konkret material eller bilder,
- kunna räkna i huvudet med de fyra räknesätten när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-20 samt med enkla tal inom ett utvidgat talområde, och
- kunna addera och subtrahera tal med hjälp av skriftliga räknemetoder när talen och svaren ligger inom talområdet 0-200,

Katarina Hammarberg  
Anette Larsson Hammarberg

#### *beträffande rumsuppfattning och geometri*

- kunna beskriva föremåls och objekts placering med hjälp av vanliga och enkla lägesbestämningar,
- kunna beskriva, jämföra och namnge vanliga två- och tredimensionella geometriska objekt,
- kunna rita och avbilda enkla tvådimensionella figurer samt utifrån instruktion bygga enkla tredimensionella figurer, och
- kunna fortsätta och konstruera enkla geometriska mönster,

#### *beträffande mätning*

- kunna göra enkla jämförelser av olika längder, areor, massor, volymer och tider, och
- kunna uppskatta och mäta längder, massor, volymer och tid med vanliga måttenheter,

#### *beträffande statistik*

- kunna tolka och presentera enkel och elevnära information i tabeller och diagram.

### **Mål som eleverna skall ha uppnått i slutet av det femte skolåret**

Eleven skall ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer och lösa konkreta problem i elevens närmiljö.

Inom denna ram skall eleven

- ha en grundläggande taluppfattning som omfattar naturliga tal och enkla tal i bråk- och decimalform,
- förstå och kunna använda addition, subtraktion, multiplikation och division samt kunna upptäcka talmönster och bestämma obekanta tal i enkla formler,
- kunna räkna med naturliga tal – i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med miniräknare,
- ha en grundläggande rumsuppfattning och kunna känna igen och beskriva några viktiga egenskaper hos geometriska figurer och mönster,
- kunna jämföra, uppskatta och mäta längder, areor, volymer, vinklar, massor och tider samt kunna använda ritningar och kartor,
- kunna avläsa och tolka data givna i tabeller och diagram samt kunna använda elementära lägesmått.

### **Mål som eleverna skall ha uppnått i slutet av det nionde skolåret**

Eleven skall ha förvärvat sådana kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer samt lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs som grund för fortsatt utbildning.

Inom denna ram skall eleven

- ha utvecklat sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform,
- ha goda färdigheter i och kunna använda överslagsräkning och räkning med naturliga tal och tal i decimalform samt procent och proportionalitet i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med tekniska hjälpmedel,



Katarina Hammarberg

Anette Larsson Hammarberg

- kunna använda metoder, måttssystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma längder, areor, volymer, vinklar, massor, tidpunkter och tidsskillnader,
- kunna avbilda och beskriva viktiga egenskaper hos vanliga geometriska objekt samt kunna tolka och använda ritningar och kartor,
- kunna tolka, sammanställa, analysera och värdera data i tabeller och diagram,
- kunna använda begreppet sannolikhet i enkla slumpsituationer,
- kunna tolka och använda enkla formler, lösa enkla ekvationer, samt kunna tolka och använda grafer till funktioner som beskriver verkliga förhållanden och händelser.