

Högskolan i Halmstad
Sektionen för lärarutbildning
Allmänt utbildningsområde 61-90 hp

Begreppet matematik

En fenomenografisk studie av uppfattningar av begreppet matematik, samt av matematikens syfte, bland elever verksamma i skolår ett.

Examensarbete lärarprogrammet
Slutseminarium 2008-01-09
Författare: Veronica Åhlander
Handledare: Jan-Olof Johansson och Carina Stenberg
Medexaminatorer: Ingrid Nilsson och Mattias Nilsson
Examinator: Anders Persson

Abstrakt

Studiens syfte var att, utifrån empirin, beskriva kvalitativt skilda uppfattningar av begreppet matematik, samt av matematikens syfte. En ytterligare intention var att diskutera uppfattningarnas eventuella konsekvenser för lärandet. Den empiriska undersökningen utgick ur en fenomenografisk ansats, där kunskapssynen är kvalitativ och konstruktiv. Metoden för datainsamlingen var enskilda kvalitativa intervjuer och respondenterna var åtta elever verksamma i skolår ett. Det insamlade dataunderlaget bearbetades tillika med en fenomenografisk analysmetod. Analysen gjordes i två omgångar: Först med avseende på uppfattningar av begreppet matematik, därefter utifrån uppfattningar av matematikens syfte. Analysen resulterade i två kategorisystem bestående av vardera tre beskrivningskategorier. Resultaten visade att elevernas uppfattningar av matematiken skilde sig kvalitativt. Åtskillnaden gällde framför allt vilken social kontext fenomenet matematik relaterades till. Slutsatsen blev att elever som besitter flera ”korrekta” uppfattningar av fenomenet matematik, samt har en utvecklad förmåga att värdera uppfattningarna utifrån ett givet syfte, har en god möjlighet att vidga sina matematiska begrepp.

Nyckelord:

begrepp, kontext, matematik, uppfattning.

Förord

Tack till alla elever som deltagit i intervjuerna, samt till de elever som gärna ställt upp om tid funnits. Era tankar har varit spännande och lärorika. Tack även till de lärare som planerade om sin undervisning för att göra intervjuerna möjliga.

Tack till familj och vänner som korrekturläst, lyssnat och gett stöd. Slutligen ett stort tack till mina handledare Carina Stenberg och Jan-Olof Johansson för era synpunkter, förslag och motiverande utrop.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

INLEDNING	1
SYFTE	1
FRÅGESTÄLLNINGAR	2
TEORETISKA PERSPEKTIV PÅ LÄRANDE.....	3
KONSTRUKTIVISM	4
Jean Piaget – Radikal konstruktivism.....	5
Lev Vygotskij – Social konstruktivism	6
Begrepp och begreppsbildning	7
Spontana kontra vetenskapliga begrepp.....	8
METAKOGNITION	8
VETENSKAPSTEORETISK ANSATS	10
FENOMENOGRAFI	10
Fenomenografisk syn på lärande.....	10
Begreppet uppfattning.....	12
LITTERATURGENOMGÅNG OCH FORSKNINGSÖVERSIKT	13
VAD ÄR MATEMATIK?.....	13
... OCH VARFÖR ÄR DEN VIKTIG?.....	15
HUR KAN DE OLIKA UPPFATTNINGARNA INVERKA PÅ ELEVENS BEGREPPSBILDNING?.....	16
METOD	20
VAL AV RESPONDENTER	20
DATAINSAMLINGSMETOD	20
PROCEDUR	23
ANALYSMETOD	24
RESULTAT	28
UPPFATTNINGAR AV BEGREPPET MATEMATIK.....	28
Symboler och symbolhantering [A]	28
Klassrumsaktivitet och skolkunskap [B]	29
Praktiskt redskap [C]	31
UPPFATTNINGAR AV MATEMATIKENS SYFTE.....	31
Förutsättning för akademisk och yrkesrelaterad sysselsättning [D].....	32
Förutsättning för att gå i skolan.....	32
Förutsättning för att arbeta	33
Medel för att uppnå ökad matematisk kompetens [E].....	33
Praktiskt redskap [F].....	34
DISKUSSION	36
KATEGORISYSTEM 1 – UPPFATTNINGAR AV BEGREPPET MATEMATIK	36
KATEGORISYSTEM 2 – UPPFATTNINGAR AV MATEMATIKENS SYFTE	40
METODDISKUSSION	44
SLUTSATS	45
LITTERATURFÖRTECKNING	48
BILAGOR.....	51

Inledning

Matematik är en av våra äldsta vetenskaper och den förekommer regelbundet i världens alla skolor (Unenge, 2006). Hur vetenskapen bemöts, samt hur vi väljer att tolka och definiera den, beror av en mängd faktorer. Den historiska och kulturella kontexten, samt vår individuella relation till matematiken, är avgörande för hur vi väljer att förlita oss på och använda oss av den. Trots stora skillnader gällande individuella erfarenheter och tolkningar är det svenska skolsystemets intention att alla elever ska sträva mot, respektive uppnå, samma mål. Hur intentionen ska uppfyllas är upp till den enskilde läraren att avgöra.

Styrdokumentet föreskriver att eleverna ska vara väl införstådda med de mål som undervisningen strävar mot, samt ha en förståelse för studiernas syfte (Skolverket, 2006). Undersökningar (Skolverket, 2003) visar att nästintill alla elever anser att matematik är viktigt. Uppfattningarna av vilken matematik som är viktig, samt varför matematiken är viktig, varierar emellertid. Pehkonen (2001) framhåller att de uppfattningar en individ besitter i hög grad kommer att påverka hennes förmåga att utveckla sina begrepp.

Som lärare är det därav angeläget att vara bekant med de uppfattningar och tolkningar eleverna besitter av det fenomen eller den företeelse som undervisningen ska behandla. Genom att undersöka och kartlägga vilka uppfattningar som finns representerade i den aktuella klassen och bedriva en undervisning med utgångspunkt i dessa kan lärandet bättre anpassas till den enskilde eleven (Doverborg & Pramling Samuelsson, 2006).

Syfte

Föreliggande studie syftar till att beskriva några av de uppfattningar som finns av begreppet matematik, samt av matematikens syfte, bland elever i skolår ett. En ytterligare intention är att diskutera de kvalitativt olika uppfattningarna i relation till begreppsbyggnad. Diskussionen syftar till att reflektera över uppfattningarnas eventuella konsekvenser för lärandet. Studien avser inte att generalisera några resultat, utan snarare att väcka tankar kring specifika kopplingar och därigenom utgöra en liten kugge i det stora hjulet.

Frågeställningar

- Vilka uppfattningar finns, bland elever i skolår ett, av begreppet matematik?
- Vilka uppfattningar finns, bland elever i skolår ett, av matematikens syfte?
- Hur kan dessa uppfattningar komma att påverka elevernas begreppsbildning?

Teoretiska perspektiv på lärande

Inledningsvis beskrivs några perspektiv på lärande som har haft och fortfarande har inverkan på den pedagogiska forskningen och verksamheten. Konstruktivismen, som utgör underlag för studien, beskrivs därefter mera djupgående. Slutligen introduceras och preciseras begreppet och företeelsen metakognition, vilken är att betrakta som en förutsättning för att kunna utföra en studie av föreliggande slag.

Begreppet kunskap har traditionellt, både i samhället i allmänhet och i skolvärlden, betraktats som ett givet stoff. Skolans uppgift har ansetts vara att förmedla kunskap i riktningen från lärare till elev. Eleven har uppfattats som ett tomt kärl och kunskap som en entitet. Lärandet har i sin tur betraktats som den process då läraren förväntas fylla eleven, det tomma kärlet, med kunskap. (Carlgren & Marton, 2001)

Traditionen är i hög utsträckning inspirerad av behaviorismen (Illeris, 1999/2001). Med en behavioristisk ansats kan lärande beskrivas som en anpassning av en individs beteende (Wyndhamn, Riesbeck & Schoultz, 2000). Behaviorismen, det inlärningspsykologiska perspektivet, har genom historien kritiserats för att underskatta individens aktiva deltagande i den kognitiva processen och i lärandet. Kritiker har menat att bilden av den lärande individen är alltför objektiv. Människan sedd som en passiv mottagare av kunskap anses av många inte stämma överens med verkligheten. Trots det har behaviorismen traditionellt haft nästintill ensamrätt på att bedriva forskning kring kunskap och lärande. (Hwang & Nilsson, 2006)

De senaste decennierna har kunskaps- och lärandebegreppet, samt förhållandet mellan dessa, argumenterats flitigt, såväl inom modernare ansatser av inlärningsperspektiv som inom andra inriktningar. Idag forskar, argumenterar och omformulerar sig en mängd inriktningar för att få lägga just sin specifika tolkning i begreppen. En del tolkningar är varandra motsägelsefulla; andra kompletterande. (Carlgren & Marton, 2001; Illeris, 1999/2001)

En vetenskap som under senare decennier haft stort inflytande på inlärningsforskningen är den kognitiva psykologin. Vetenskapen är till viss del inspirerad av social inlärningspsykologi, men ifrågasätter teorin om att människan är enbart passiv i inlärningsituationen. (Hwang & Nilsson, 2006)

Anhängare av det kognitiva perspektivet ansluter till uppfattningen om att individen är passiv i sin tolkning av omvärlden. De anser däremot att individen är aktiv i valet av att tillämpa och använda sig av sin kunskap. Individens bearbetning av sinnesintryck och mentala processer är därmed central inom denna forskning. Frågor rörande minne, uppmärksamhet och tänkande blir här väsentliga. (Wyndhamn et al., 2000)

En vidareutveckling av den kognitiva teorin är konstruktivismen. Inriktningen vidgar det kognitiva perspektivet till att även fokusera på hur de mentala processerna är beroende av faktorer såsom erfarenhet, kontext och mening. Dessa situationsberoende faktorer avslöjar perspektivets relativistiska inflytande. Människan ses som konstruktör av sin egen kunskap. (Illeris, 1999/2001; Wyndhamn et al., 2000)

Konstruktivism

Den tyske filosofen Immanuel Kant, född 1724, är en pionjär för den relativa och konstruktiva synen på kunskap och lärande. Kants epistemologi är att betrakta som ett mellanliggande komplement till empirismen och rationalismen. Han kritiserade de båda vetenskapsteorierna för att vara alltför enkelspåriga. Kant menade att även om det existerar en objektiv verklighet, så har människan ingen möjlighet att uppfatta den. För att uppfatta empirin måste individen, i en aktiv process, reflektera och bearbeta. Kunskapen kan inte registreras, utan måste konstrueras av individen. Kunskapen är därmed inte att betrakta som kunskap förrän individen konstruerat den i sitt medvetande och gjort den till sin egen. Kant menade att det inte är empirin, utan fenomenen så som vi upplever dem, som är grunden till kunskap. (Alvesson & Sköldberg, 1994)

John Deweys tankar vidareutvecklar Kants teorier. Dewey menar att det kunskapsstoff som individen presenteras för måste upplevas som meningsfull för att hon ska ta den till sig. Han förordar vidare att en utgångspunkt i individens erfarenhetsvärld ökar möjligheten att åstadkomma denna känsla av sammanhang. (Wyndhamn et al., 2000)

Utifrån konstruktivistisk ansats beskrivs individens kunnande som ett komplext nätverk av sammanhängande begrepp. Nätverket är kreerat av individen och kan endast utvecklas av densamma. Konstruktivismen gör därmed en åtskillnad mellan undervisning och inläring

och menar att undervisning inte per automatik leder till inläring. Lärande innebär en kvalitativ förändring av begreppsstrukturen. Målet med undervisning är att individens redan etablerade nätverk av begrepp ska utvecklas till mer komplexa, samt att de kontextberoende begrepp som individen besitter ska utvecklas till mer allmängiltiga. Hur individen utvecklar sina begreppsliga nätverk, samt vilka faktorer som påverkar, råder det emellertid inom konstruktivismen delade meningar om. (Hwang & Nilsson, 2006; Wyndhamn et al., 2000)

Nedan beskrivs två av de konstruktivistiska inriktningarna: *Radikal konstruktivism* och *Social konstruktivism*. Inriktningarna skiljer sig åt i fråga om vilka aspekter av den konstruktivistiska epistemologin som anses centrala. Skildringen av inriktningarna tar sin utgångspunkt i Jean Piagets respektive Lev Vygotskijs teorier.

Jean Piaget – Radikal konstruktivism

Jean Piaget, född år 1896 i Schweiz, var i grunden biolog och naturvetare. Hans naturvetenskapliga bakgrund kom att avspeglas i hans forskning, som främst bedrevs i kliniska och tillrättalagda miljöer. Piagets ideologi om lärande beskrivs i hans *Stadieteori*. (Hwang & Nilsson, 2006)

Stadieteorin är en modell som beskriver vilka tankemässiga operationer en individ i ett visst stadium är kapabel att utföra. Vilket stadium individen befinner sig i är avhängigt hennes fysiska och psykiska mognad. För att utveckla tankestrukturerna krävs att verkligheten anpassas till individens tänkande. Denna anpassning kan, enligt Piaget, förklaras biologiskt genom en ständig strävan efter att skapa balans i relationen mellan tänkandet och omgivningen. För att skapa och upprätta denna balans sker processerna assimilation och ackommodation. Assimilation beskriver förloppet då ett nytt kunskapsstoff tillägnas, utan att nätverket av befintliga begrepp behöver omstruktureras. Vid ackommodation måste de befintliga strukturerna däremot modifieras för att stämma överens med det nya stoffet. Ackommodation förbereder därmed för att assimilation. (Hwang & Nilsson, 2006; Illeris, 1999/2001)

Genom processerna assimilation och ackommodation utvecklas barnets tänkande mot att bli alltmer logiskt och abstrakt. Utvecklingen innebär att barnet börjar betrakta ett problem ur

flera olika perspektiv. Denne fördjupar även sin förmåga att, genom reflektion, koordinera perspektiven till sammanhängande begrepp. (Hwang & Nilsson, 2006)

Piaget inför begreppet *kognitiv konflikt* för att beskriva hur olika perspektiv möts och krockar med varandra i individens medvetande. Krockarna leder till reflektion och vidare till begreppsbyggnad (Wyndhamn et al., 2000). Genom att sammanställa och generalisera sina tidigare erfarenheter och upplevelser kan individen tankemässigt lösa problem (Hwang & Nilsson, 2006). Piaget rekommenderar att detta abstrakta tänkande, i lärandesituationen, föregår det konkreta handlandet (Wyndhamn et al., 2000). I matematikämnet skulle det innebära att matematiken behandlas teoretiskt och abstrakt innan den tillämpas.

Trots att Piaget i viss mån framhåller social omgivning och språk som viktiga faktorer för lärande, fokuserar de flesta av hans studier på tänkandet på en individnivå. Begreppen vidgas genom att nya upplevelser, via assimilation och ackommodation, kopplas till tidigare erfarenheter och redan etablerade kunskaper. (Wyndhamn et al., 2000)

Lev Vygotskij – Social konstruktivism

Lev Vygotskij, förespråkare för den sociokulturella teorin, föddes i Vitryssland år 1896. Trots att Vygotskij och Piaget levde och var verksamma under samma tidsperiod kom Vygotskij's teorier inte att bli uppmärksammade utanför landsgränserna förrän i slutet av 1900-talet. En anledning var att hans verk förbjöds kort efter hans död år 1934. Inte förrän flera decennier senare tockades och översattes hans arbeten. Denna omständighet innebar att Vygotskij i sin forskning kunde ta del av Piagets teorier och förhålla sig till dessa, medan Piaget var i stort sett ovetande om Vygotskij och hans teorier. (Lindqvist, 1999)

I sin kulturhistoriska teori diskuterar Vygotskij förhållandet mellan arv och miljö, genom att resonera kring hur biologiska respektive sociokulturella faktorer påverkar människans begreppsbyggnad. Han kritiserar behaviorismens entydiga fokus på biologiska faktorer. Han instämmer i att dessa är centrala för det lilla barnet, men betonar att biologins betydelse avtar i takt med barnets utveckling. Sociala och kulturella faktorer blir därefter avgörande. Enligt Vygotskij kan en individs sociokulturella omgivning liknas vid ramar som hon utgår ifrån och förhåller sig till vid tolkning av omvärlden. (Bråten, 1998; Lindqvist, 1999)

En central tanke inom den sociokulturella teorin är att tänkandet och kommunikationen är *situerade*, det vill säga beroende av den kontext vari de befinner sig (Säljö, 2000). Vygotskij menar därmed att människans kognitiva utveckling är beroende av den sociala, kulturella och historiska omgivningen. Människan *internaliserar* erfarenheter och upplevelser från sin omvärld. Internalisering innebär att individen utgår från sina upplevelser och erfarenheter för att, genom ett flertal steg, konstruera ett begrepp i sitt medvetande. Hon gör kunskapen till sin egen. (Bråten, 1998)

Lärandet är därmed, enligt Vygotskij, starkt beroende av sitt sammanhang. Tolkningar är något som uppstår i relationen mellan individens tänkande och hennes omvärld. Tolkningar är därmed varken beständiga eller universella, likt Piagets synsätt, utan starkt beroende av den sociala och kulturella miljön. (Korp, 2003; Säljö, 2000)

Vygotskij är vidare inspirerad av den marxistiska teorin som framhåller att människans medvetande är det som skiljer henne från djuren. Människans upplevelser och erfarenheter sker både kroppsligt och kognitivt. Vygotskij menar att tillägnet och bearbetandet av erfarenheter underlättas av att individen besitter utvecklade kognitiva redskap. Dessa kan vara av social, intellektuell eller materiell art. Bland dessa redskap har språket en särställning. Redskapen hjälper individen att strukturera sitt tänkande till komplexa begreppsliga nätverk. (Lindqvist, 1999)

Begrepp och begreppsbildning

I Vygotskijs teorier om lärande liknas tänkandet vid ett nätverk, bestående av begreppsstrukturer. Dessa strukturer kan liknas vid abstrakta kartor som individen skapat för att förstå sin omvärld. För att beskriva vad som är karakteristiskt för ett begrepp, ställer Vygotskij det i relation till föreställning. Han menar att en föreställning är konkret och ofta grundad på en specifik upplevelse, medan ett begrepp kan beskrivas som abstrakt och möjligt att generalisera mellan skilda kontexter. Lärande innebär enligt Vygotskij, dels att vidga enskilda begrepp, dels att konstruera kopplingar mellan de olika begreppen och strukturerna. (Bråten, 1998; Strandberg, 2006; Vygotskij, 1934/2001)

Ordet begrepp används i rapporteringen av föreliggande studie i betydelsen *förankrad kunskap*. Att en kunskap är förankrad innebär i sammanhanget att individen gjort kunskapen

till sin egen, samt att hon har en utvecklad förmåga att mentalt använda sig av den i flera olika kontexter. Betoningen av kunskapsbegreppets kontextuella aspekt avslöjar den sociokulturella ansatsen.

Begreppsligt djup är vidare ett mått på hur väl förankrad kunskapen är hos individen. Ju fler erfarenheter och kontexter ett kunskapsstoff är relaterat till, desto djupare blir begreppet (Korp, 2003; Säljö, 2000).

Spontana kontra vetenskapliga begrepp

Vygotskij skiljer vidare mellan *spontana begrepp* och *vetenskapliga begrepp*. Spontana begrepp motsvarar de begrepp individen erfar i sin vardag, medan vetenskapliga begrepp kännetecknar kunskaper som logiskt och strukturerat behandlas i exempelvis skolan. Vygotskij poängterar att individen, vid begreppsbildningen, inte byter ut föreställningarna och de spontana begreppen mot de vetenskapliga begreppen. Det som sker är att individen utvecklar fler begrepp och föreställningar, samt vidgar de redan befintliga. Vilken föreställning eller vilket begrepp som ligger till grund för individens tänkande avgörs, enligt Vygotskij, av den aktuella problemsituationen (Arevik & Hartzell, 2007; Lindqvist, 1999; Vygotskij, 1934/2001).

Vygotskij beskriver tänkandets utveckling i sin modell av *den proximala utvecklingen* (se t.ex. Vygotskij, 1934/2001). Denna kan sättas i jämförelse med Piagets stadieteori för att tydliggöra en av de skillnader som råder i de respektive forskarnas teorier. Piaget uppfattar, med stöd i sin stadieteori, mognad som en förutsättning för lärande och utveckling, medan Vygotskij vänder på resonemanget och ser utvecklingen i sig som en mognadsprocess. (Arevik & Hartzell, 2007; Hwang & Nilsson, 2006)

Metakognition

För att en studie av föreliggande slag ska vara möjlig att genomföra, är det av största vikt att respondenterna innehar en metakognitiv förmåga. Den metakognitiva teorin kan därmed ses som en teoretisk ansats för studien. För att reda ut vad metakognition innebär, måste vi först ha en insikt i begreppet kognition. Hwang och Nilsson beskriver kognition som ”allt det som

händer i hjärnan i form av varseblivning, tänkande, tolkning, inläring, minne, fantasi och symboler” (2006:45).

Bråten (1998) anför att Vygotskij var den som först diskuterade och förhöll sig till begreppet metakognition. Metakognitionen innefattar, enligt Vygotskijs beskrivning, två kompetenser som sinsemellan påverkar varandra. Kompetenserna är, dels medvetenhet om den egna kognitionen, dels förmåga att kontrollera och reglera de kognitiva processerna. Metakognition kan betraktas som strategier för att förstå, tillägna sig och utveckla de kognitiva aspekterna. (Bråten, 1998)

Företeelsen metakognition har under de senaste decennierna ägnats väsentliga forskningsinsatser. Flertalet forskare har intresserat sig för företeelsen metakognition, som därigenom getts åtskilliga definitioner och alternativa tolkningar. (Bråten, 1998)

Pramling (1995) betraktar Vygotskijs två ovanstående komponenter, medvetenhet om respektive kontroll av kognitionen, som två olika ansatser till metakognition. Hon poängterar att syftet för dessa båda ansatser är att analysera *om* individen utvecklat en metakognitiv förmåga eller ej, samt hur pass utvecklad förmågan i så fall är.

Pramling (1995) redogör vidare för en tredje ansats till den metakognitiva teorin. Inom denna ansats anses individen alltid besitta en utvecklad metakognition. Det som här är intressant att studera är *hur* den metakognitiva förmågan yttrar sig, samt hur den kvalitativt skiljer sig individer och situationer emellan. Ansatsen fokuserar därmed på *hur* individen förstår och uppfattar något. Tänkandet kan, enligt Pramling, inte analyseras skilt från det tänkandet riktas mot.

Föreliggande studie syftar till att reda ut och beskriva elevernas kvalitativt skilda sätt att uppfatta matematiken. Frågorna som ligger till grund för intervjun behandlar elevers uppfattningar av matematiken. För att eleverna ska vara förmögna att resonera kring och besvara dessa frågor krävs att de besitter en metakognitiv förmåga. Studien syftar inte till att undersöka hur väl utvecklad denna förmåga är, utan snarare hur den gestaltar sig. Den, av Pramling, tredje beskrivna ansatsen till metakognition har fundamentala likheter med den fenomenografiska ansatsen och kommer därmed att utgöra en viktig teoretisk utgångspunkt för studien.

Vetenskapsteoretisk ansats

De epistemologiska ställningstaganden som gjorts ovan motiverar valet av en fenomenografisk ansats för studien. Denna beskrivs nedan. Fenomenografi är likväl att betrakta som en metod. Den fenomenografiska analysmetoden utgår från ansatsens grundtankar och ställningstaganden, men kommer att presenteras separat i rapportens metodavsnitt.

Fenomenografi

Fenomenografi är en relativt sen inriktning utvecklad av INOM-gruppen vid Göteborgs universitet. I gruppen ingår bland andra Ference Marton, Lennart Svensson, Roger Säljö och Lars-Åke Dahlgren. Riktningen skapades i en strävan efter att besvara följande tre frågeställningar: ”Hur kan man observera och beskriva kunskap?”, ”Hur kan man observera och beskriva studiefärdighet?” och ”Hur kan man påverka studiefärdigheten?” (Dahlgren, 1989: IX)

Den fenomenografiska inriktningen är i grunden inspirerad av fenomenologin, som i sin tur uppkommit som en opposition mot de positivistiskt inspirerade naturvetenskapliga metoderna. Positivismens grundläggande uppfattning är att det finns en objektiv verklighet. Studier av den objektiva verkligheten brukar benämnas studier av första ordningens perspektiv. (Alvesson & Sköldberg, 1994)

Fenomenologin och fenomenografin förkastar tron om en objektiv verklighet och utgår istället från ett andra ordningens perspektiv. I studier av andra ordningens perspektiv är det individernas uppfattningar av omvärlden som står i fokus. Det är inte fråga om vad som är sant eller falskt, i positivistisk mening, utan vad som är sanningen för individen. (Alvesson & Sköldberg, 1994; Larsson, 1986)

Fenomenografisk syn på lärande

Den fenomenografiska ansatsen kännetecknas av sitt starka fokus på kunskap och lärande. Utgångspunkten är ett kvalitativt kunskapsbegrepp där individens egen uppfattning av fenomen och företeelser betraktas som en del av sanningen. (Booth & Marton, 2000; Larsson, 1986)

Den fenomenografiska traditionen är inspirerad av en konstruktivistisk syn på lärande och begreppsbyggnad. Kunskaper finns inte tillgängliga för oss att inhämta. De måste konstitueras av individen. Enligt en fenomenografisk ansats är lärandet alltid kopplat till det fenomen eller den företeelse som ska läras in. Uttrycket *fenomenalitet* beskriver den relation som fenomenografin syftar till att studera, nämligen relationen mellan individ och omgivning. Det är individens uppfattning av omgivningen som är relevant. (Kroksmark, 1987)

Inom fenomenografisk inriktning innebär lärande en kvalitativ utveckling av tänkandet. Kognitiv utveckling innebär därmed att individens uppfattning av något ändrar fokus. Individen erfar en ny uppfattning av fenomenet. Det är inte fråga om inläring i bemärkelsen att uppfattningarna successivt och nivågraderat blir mer avancerade. (Dahlgren, 1989; Larsson, 1986)

Sammanfattningsvis kan konstateras, utifrån insikt i Piagets respektive Vygotskijs teorier kring lärande, att den fenomenografiska ansatsen snarare finner sin utgångspunkt i den sociala konstruktivismen än i den radikala. Lärandet betraktas, inom den fenomenografiska ansatsen, inte som en process som strävar i en förutbestämd och given riktning, likt Piagets teori. Istället anses lärandet vara beroende av omgivande faktorer och subjektiva tolkningar, likt Vygotskijs uppfattning. Anledningen till att Piagets radikala konstruktivism ändock finns presenterad som en teoretisk utgångspunkt, är att dagens svenska skola är starkt influerad av hans teorier (se t.ex. Säljö, 2000). Hans teorier blir därmed väsentliga även för en analys enligt fenomenografiska riktlinjer.

Larsson (1986) presenterar tre inriktningar inom fenomenografisk ansats som är relevanta för den pedagogiska forskningen: Fackdidaktiska studier, allmändidaktiska studier samt studier av utbildningseffekter. Föreliggande undersökning faller under den allmändidaktiska. Larsson beskriver att denna inriktning bland annat fokuserar på de förutsättningar med vilka individer går in i en lärandesituation. I studiens specifika fall är det förutsättningar i form av uppfattning av matematikbegreppet, samt av matematikens syfte, som undersöks.

Begreppet uppfattning

Uppfattning är ett centralt begrepp inom den fenomenografiska ansatsen. Betydelsen av begreppet kan kännas självklar, men den bör ändå förtydligas. Som tidigare nämnts ligger ansatsens intresse i att undersöka individers *uppfattningar av* fenomen och företeelser.

Pehkonen (2001) beskriver individens uppfattning som en tyst och oreflekterad kunskap, vilken uppkommit som ett resultat av hennes tankar och känslor. Han menar att det är just inverkan av det affektiva området som skiljer begreppet uppfattning från exempelvis attityd och åsikt.

Även Larsson (1986) beskriver begreppet uppfattning genom att ställa det i relation till åsikt. Åsikt beskrivs som en ståndpunkt som uppkommit genom en reflektion, genom att vi valt bort andra alternativ. Uppfattning betecknar däremot en oreflekterad ståndpunkt, något som för individen är underförstått och oreflekterat. Uppfattningen motsvarar därmed en individuell sanning. I föreliggande studie är det elevernas *uppfattning av* matematikbegreppet som fokuseras, inte deras åsikt om densamma. Larsson framhåller emellertid att våra åsikter om ett fenomen grundas på vår uppfattning av detsamma.

En uppfattning är alltid beroende av den omgivande miljön och är därmed inte beständig, utan kan ändras med tid och plats. Liksom för det kognitiva området strävar individen efter att utveckla en logisk struktur för sina uppfattningar. Eftersom individens erfarenheter härstammar från flera skilda kontexter är det inte ovanligt att en individs uppfattningar ibland är motsägelsefulla. (Pehkonen, 2001)

Det uppfattningssystem en individ besitter kan utgöra ramar och därmed begränsa individens möjligheter att ta till sig nya kunskaper (Larsson, 1986; Pehkonen, 2001; Säljö, 2000). Resonemang kring uppfattningarnas begränsande effekt kommer att vara en utgångspunkt då den empiriska studiens resultat diskuteras i relation till begreppsbildning.

Litteraturgenomgång och forskningsöversikt

Följande kapitel syftar till att ge en introduktion till det kunskaps- respektive forskningsläge som föreliggande studie avser att behandla. Kapitlet består av tre delar, där de två första utgör en introduktion till den empiriska studien och därmed till de två första forskningsfrågorna. Introduktionen presenterar olika uppfattningar av begreppet matematik, samt olika uppfattningar av matematikens syfte. Hänvisningar sker dels till styrdokument och uppslagsverk, dels till resultat av tidigare studier.

Under rubriken ”Hur kan de olika uppfattningarna inverka på elevens begreppsbildning?” presenteras teorier som utgör underlag för diskussion kring den tredje forskningsfrågan. Presentationen utgår i huvudsak från två projekt, vilka är genomförda och rapporterade av Inger Wistedt, Gudrun Brattström och Calle Jacobsson. Presentationen kompletteras med hänvisningar till ytterligare rapporter, avhandlingar och styrdokument.

Vad är matematik?

Matematik är en av våra äldsta vetenskaper (Unenge, 2006). Vilken innebörd som läggs i begreppet, samt graden av komplexitet i begreppets definition, varierar med tid, plats och kultur. Unenges (2006) skildring av matematikens historiska framväxt visar att innehållet i begreppet matematik kontinuerligt kommit att expandera. Expansionen beror dels på fördjupningar och nya upptäckter inom redan ingående delar, dels på att ytterligare aspekter lagts till begreppet. På följande sätt beskriver Skolverket de förändringar som tillkommit skolämnet matematik:

Av tradition har matematikstudierna varit starkt inriktade på att utveckla färdigheter – att t.ex. utföra beräkningar, förenkla algebraiska uttryck och lösa ekvationer. Undan för undan har vi höjt förväntningarna och skjutit fokus mot kunnande kring t.ex. tillämpning, kommunikation och problemlösningsförmåga i våra matematikkurser. Det gäller också kunnande om matematikens bärande idéer samt om matematikens betydelse och roll i samhälls- och kulturliv. (Skolverket, 2003:11)

Malmer (2006) beskriver de förändringarna som skett genom att hänvisa till skolans läroplaner och kursplaner. Hennes tolkning är att matematik, i skolsammanhang, inledningsvis likställdes med mekanisk räkning och att den tolkningen bestått till långt in på 1900-talet. Först i och med aktualiseringen av Lgr69 kompletterades den färdighetsinriktade räkningen med en föreskrift om att eleven även ska ha en uttryckt förståelse för ämnet. I

Lgr80 vidgades begreppet ytterligare till att även omfatta kommunikativa och logiska aspekter. I den läroplan vi idag är ansatta att utgå ifrån, Lpo94, kvarstår de ovan nämnda aspekterna. Betoningen ligger emellertid på matematikens roll som ett redskap. Matematik föreskrivs vara ett verktyg som ska underlätta för individen i hennes vardag. (Malmer, 2006)

Man kan idag tala om två olika typer av matematik. Å ena sidan den akademiska abstrakta matematiken, å andra sidan den nya matematiken. Den akademiska matematiken motsvarar de traditionella områdena: Aritmetik, geometri, statistik och algebra. Den nya matematiken, som uppkommit som en opposition mot matematikens alltför höga abstraktioner, finns i flera varianter. Varianterna skiljer sig åt i fråga om vilket syfte matematiken tillskrivs. Vardagsmatematik, etnomatematik och situationsmatematik är några former som förekommer i den svenska matematikundervisningen. Ett gemensamt mål för de olika inriktningarna är att behandla sådan matematik som människor har nytta av i sin vardag. (Unenge, Sandahl & Wyndhamn, 1994).

Olika tolkningar av begreppet matematik kan därmed bero, dels på vilken historisk kontext som åsyftas, dels på vilken typ av matematik som avses. Skolverket (2003) menar att en ytterligare förklaring till de osamstämmiga tolkningarna av begreppet matematik beror på människors olika relation till vetenskapen. Vi uppfattar olika aspekter av begreppet.

I Nationalencyklopedin [NE] definieras *matematik* såsom:

... en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling. Definitionen kan kommenteras på följande sätt. Matematiken är *abstrakt*: den har frigjort sig från det konkreta ursprunget hos problemen, vilket är en förutsättning för att den skall kunna vara *generell*, dvs. tillämpbar i en mångfald situationer, men också för att den logiska giltigheten hos resonemangen skall kunna klarläggas ... (NE, tillgänglig 2007-12-13)

I denna tolkning av begreppet fokuseras det på de formella och abstrakta aspekterna av begreppet. Den kursivering som NEs författare lagt till ordet generell ger en antydning om att matematiken betraktas som en universell vetenskap, det vill säga oberoende av sociokulturell omgivning och subjektiva upplevelser.

I dagens gällande styrdokument beskrivs kunskapsbegreppet som ett samspel mellan fyra kunskapsformer: Fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet. För att undervisningen ska

resultera i ett varaktigt och praktiskt användbart kunnande hos individen krävs att dessa former integreras till en helhet. (Skolverket, 2006; SOU, 1992)

De kvalitetsgranskningar som genomfördes av Skolverket år 2001-2002 visar att matematikundervisningen, i de tidigare skolåren, i många fall präglas av räkning och färdighetsbaserade läroboksövningar. Dessa har prioriterats framför övningar som främjar förståelse och möjliggör logiska resonemang. Resultaten tyder även på att den undervisningsform och det innehåll som eleverna möter i matematikundervisningen påverkar deras uppfattning av begreppet matematik. Det innebär att många av eleverna uppfattar matematik synonymt med att räkna. Rapporten visar vidare att de elever som är motiverade till fortsatt lärande i matematik, till stor del är elever som lyckats förstå den formella matematikens kopplingar till vardagen. (Skolverket, 2003)

... och varför är den viktig?

Sett ur ett historiskt perspektiv har matematikens främsta syfte varit att underlätta för människan i hennes vardag. Matematiken uppkom som ett redskap för att människor skulle förstå varandra. Mätning, storleksbestämning och nyttjande av tidsbegrepp nämns som några förhistoriska matematiska aktiviteter. Dessa utspelade sig för tiotusen år sedan. Först långt därefter började människan utveckla abstrakta symboler och utföra teoretiska beräkningar mellan olika storheter. (Unenge, 2006)

Grundskolans *kursplan och betygskriterier* föreskriver att matematikundervisningens syfte är att:

... hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande.

Matematiken är en viktig del av vår kultur och utbildningen skall ge eleven insikt i ämnets historiska utveckling, betydelse och roll i vårt samhälle. Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem.

Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem. (Skolverket, 2000:1)

Hur kan de olika uppfattningarna inverka på elevens begreppsbildning?

Säljö (2000) menar att en given situation alltid ger upphov till lärande hos en individ. Emellertid poängteras att *vad* individen lär sig är avhängigt hur hon uppfattar situationen.

Inom konstruktivismen betraktas lärande som en förändring av tankestrukturer, även kallade begreppsstrukturer. Några teorier kring hur strukturerna förändras presenterades ovan, i anslutning till Piaget och Vygotskij. På samma sätt som begreppsstrukturerna i sig är utformade likt komplexa nätverk, är även beskrivandet av de faktorer som påverkar dessa. Ambitionen för följande avsnitt är att översiktligt sammanfatta forskning som bedrivits kring hur individens uppfattningar kan komma att påverka hennes begreppsbildning. Framställningen har syftet att utgöra utgångspunkt för bemötandet av studiens tredje frågeställning: ”Hur kan uppfattningarna komma att påverka elevernas begreppsbildning?”

Frågor som rör kontextens inverkan på begreppsbildning, har sin grund i ett socialkonstruktivistiskt perspektiv. Inom den radikala konstruktivismen betraktas utvecklingen som universell, det vill säga oberoende av social och kulturell omgivning (Säljö, 2000). En individs förmåga att generalisera kunskapen mellan olika kontexter är därmed inte heller aktuell att diskutera utifrån en radikalkonstruktivistisk ansats. Följande genomgång utgår därmed från ett socialt konstruktivistiskt perspektiv.

Säljö (2000) menar att individens uppfattning av det sammanhang i vilket ett problem befinner sig, är avgörande för hur hon tolkar och tar sig an problemet. Kontexten blir en del av problemet. Kontexten blir avgörande för hur problemet bör tolkas. Wistedt, Brattström och Jacobsson (1992) beskriver i sin rapport tre olika kontexter som blir aktuella för eleverna i vid matematisk problemlösning. Kontexterna är vardag, skolmatematik och formell matematik. De understryker att olika regler och konventioner råder inom de olika kontexterna. Då individen möter ett problem blir hennes tolkning av problemets syfte avgörande för vilka regler och konventioner hon tillämpar för att lösa problemet. Olika individer kan därmed, i en och samma situation, följa och stödja sina argument mot olika regler.

Säljö (2000) framhåller att ju fler erfarenheter en individ har av ett stoff, desto djupare blir begreppet. Han menar vidare att en individs förståelse av ett begrepp påverkas av hennes

insikt i stoffets naturliga kontext, det sammanhang som stoffet vanligtvis återfinns i. En djup inblick i den naturliga kontexten ökar det begreppsliga djupet.

I skolundervisningen befinner sig kunskapsstoff sällan i sitt naturliga sammanhang. I Arevik och Hartzells (2007) verk, som har en tydlig förankring i Vygotskijs teorier, framhålls att en stor del av undervisningens innehåll befinner sig på en alltför hög abstraktionsnivå. Det medför att eleverna får svårt att relatera stoffet till dess naturliga kontext. Elever uppfattar i många fall skolan som det naturliga sammanhanget för kunskaper. Det kan innebära svårigheter att generalisera kunskaperna till en utomstående kontext och därmed se kunskapernas relevans utanför skolinstitutionen (Arevik & Hartzell, 2007).

Säljö (2000) menar att lärande är en ständigt pågående process. Frågan som bör ställas är snarare *vad* lärandet består i - vad individen lär. Forskare (Löwing, 2004; Wistedt et al., 1992) menar att vad som lärs in är avhängigt vad individens uppmärksamhet riktas mot. Lärarens uppgift beskrivs därmed vara att rikta elevers uppmärksamhet mot det som anses väsentligt. Wistedt et al. (1992) menar att elever själva kan ha svårt att urskilja vad som är väsentligt i en given situation. Det kan leda till att eleven tankemässigt befinner sig i en annan kontext än den avsedda och därmed följer andra regler än de som läraren eller uppgiften åsyftat.

Skolverkets (2003) kvalitetsgranskning visar att en matematikundervisning där eleven uppfattar en koppling till sina konkreta vardagserfarenheter hjälper eleven att fånga den abstrakta matematiken. Det innebär att en undervisning bestående av vardagliga exempel och uppgifter skulle underlätta elevernas lärande av abstrakt matematik, det vill säga deras konstruerande av abstrakta begrepp. Wistedt et al. (1992) betonar däremot att den kontext individen mentalt befinner sig i vid problemlösningen är avgörande för vilka begreppsliga kopplingar hon gör. Om eleven uppfattar ett problem som vardagligt istället för matematiskt, kan det medföra att hon mentalt befinner sig i den vardagliga kontexten och därmed får svårigheter med att urskilja matematiken i problemet. Uppmärksamheten kan därmed riktas mot fel aspekter och andra delar av begreppet än de avsedda kan komma att utvecklas.

Feltolkningar kan i synnerhet uppstå då eleven är välbekant med det stoff eller den situation som behandlas, fast i ett annat sammanhang. Då individen är bekant med situationen tolkar hon den automatiskt utifrån det syfte hon blivit invand med, ofta utifrån ett vardagligt och praktiskt syfte. En alltför djup vardaglig insikt i ett problemområde kan alltså begränsa

elevens tänkande. Insikten kan försvåra för eleven att upptäcka den formella matematiken i uppgiften (Wistedt et al., 1992).

Individen tolkar alltid en situation utifrån sina tidigare erfarenheter (Hesslefors Arktoft, 1996; Säljö, 2000; Wistedt et al., 1992; Wistedt et al., 1993). Wistedt et al. (1992) använder begreppet *referensvärld* för att beskriva en individs samlade erfarenheter. För att lösa ett problem krävs en förmåga att, ur referensvärlden, strukturera och avgöra vilka erfarenheter som är relevanta. De relevanta erfarenheterna betecknas *referensdomän*. En referensdomän utgör därmed en brygga mellan de praktiska och de teoretiska kunskaperna, mellan den vardagliga och den matematiska kontexten, mellan de spontana och vetenskapliga begreppen. Vilka erfarenheter som ska ingå i referensdomänen avgör individen omedvetet, utifrån sin uppfattning av problemet och dess syfte. Uppfattningarna utgör en mer eller mindre begränsande ram för elevens konstruerande av referensdomän och därmed för dennes koppling mellan vardagliga erfarenheter och formell matematik (Wistedt et al., 1992).

Wistedt, Brattström och Jacobsson (1993) diskuterar i en uppföljande studie begreppet informell kunskap, vilket likställs med begreppet vardagskunskap. Informella kunskaper beskrivs som ”kognitiva förutsättningar för den lärandes förståelse” (Wistedt et al., 1993:9). Ett av studiens syften var att beskriva hur individens tankar och handlingar påverkas då de informella kunskaperna möter de formella.

Wistedt et al. (1993) presenterar olika förhållningssätt som eleverna kan ha till sina informella kunskaper. Förhållningssätten kan struktureras hierarkiskt från kontextdominans till kontextuell medvetenhet, där graden av reflektion är variabeln som skiljer förhållningssätten åt. *Kontextdominans* beskriver en individs förgivet tagna förhållande till tolkningen av problemet. Individen reflekterar inte över alternativa tolkningar. Om individen ska anses vara *kontextuellt medveten* krävs att hon kan reflektera över och granska problemet och informationen i relation till ett givet syfte. Mellan dessa ytterligheter beskrivs ett stadium av *kontextuell osäkerhet*, vilket kännetecknas av att individen anammar en utomstående tolkning, men att tolkningen inte är underbyggd hos individen. Individen kan acceptera och anta den nya tolkningen, med tillhörande strategier, utan att i egentlig mening ha utvecklat sitt tänkande. Enligt min tolkning kan dessa förhållningssätt liknas vid Vygotskijs beskrivning av begreppsutvecklingens tre faser: Synkretisk, komplex och begreppslig fas (se t.ex. Bråten,

1998; Lindqvist, 1999). Det innebär att det förhållande som Wistedt et al. (1993) beskriver som kontextdominans skulle motsvara det Vygotskijs benämner synkretisk fas.

Wistedt et al. (1993) redovisar att individer kontextualiserar uppgifter på olika sätt, det vill säga att de uppfattar problemen relaterade till olika sammanhang. Uppfattningen av problemets sammanhang avgör vilka informella kunskaper som aktualiseras i referensdomänen. Författarna skiljer mellan *procedurproblem* och *innehållsrelaterade problem*. En procedurinriktad problemtolkning motsvarar en oreflekterad fokusering på de rent matematiska strategierna och symbolerna, utan hänsyn till uppgiftens egentliga innehåll och till dess verklighetsanknytning. Vid en innehållsrelaterad tolkning ställs innebörden och meningen i centrum. Tolkningen görs utifrån innehållet i uppgiften. Den tolkningsstrategi eleven ansluter sig till blir därmed avgörande för aktuellt referensdomän. Elevens uppfattning blir i förlängningen avgörande för vilka matematiska aspekter hon lär sig. (Wistedt et al., 1993)

Piaget använder uttrycket *kognitiv konflikt* för att beskriva ett skeende som kan uppstå hos individen då uppfattningarna motsäger varandra (Illeris, 1999/2001; Pramling Samuelsson & Sheridan, 2006). Wistedt et al. (1993) menar att dessa motsättningar i individens resonemang kan vara en grund till konstruerandet av ny kunskap. För att en motsägelse ska uppstå i individens tänkande, krävs att individen reflekterar över sina tolkningar. Individens förhållande till tänkandet kan därmed inte präglas av kontextuell dominans. Individen måste ha en förmåga att decentrera, det vill säga se problemen ur flera perspektiv (Wistedt et al., 1993).

Metod

För att kunna besvara de frågeställningar som ställdes i inledningskapitlet krävdes att de empiriska data som tillhandahölls av undersökningen var kvalitativa. De första två frågeställningarna berör subjektiva uppfattningar, vilket motiverade valet av en fenomenografisk analysmetod. Den tredje frågeställningen behandlar uppfattningarnas konsekvenser för begreppsbildningen. För att bemöta denna diskuterades de resulterande beskrivningskategorierna, dels i relation till de teorier kring lärande som presenterades under rubriken *Teoretiska perspektiv på lärande*, dels i relation till litteraturgenomgången och forskningsöversikten.

Val av respondenter

Till studien valdes sex elever ut genom ett bekvämligt urval. Eftersom undersökningen syftar till att finna olika tänkbara uppfattningar av ett fenomen, snarare än att finna samband eller leda till generaliseringar, behöver försökspersonerna inte vara representativa för en population (Hasselgren, 1989). Eleverna som utgjorde urvalet gick i skolår ett och var därmed sex alternativt sju år gamla. Fördelningen mellan könen var jämn. Utöver könsfördelningen togs inga ytterligare faktorer i beaktande vid urvalet. Faktorer såsom etnisk och kulturell bakgrund, begreppslig förståelse, social tillhörighet etcetera uppmärksammades inte.

De sex eleverna utgjorde grundvalet. Efter den sjätte intervjun bedömdes emellertid att ytterligare uppfattningar framkom. Mättnad hade inte uppstått och beslut togs att genomföra ytterligare två intervjuer. Valet av dessa elever skedde utifrån samma förutsättningar som det inledande urvalet.

De åtta medverkande eleverna gick, vid intervjutillfällena, i samma klass på en skola i södra Halland. Samtliga elever hade gått i skolans förskoleklass året innan.

Datainsamlingsmetod

Inom fenomenografisk metodik läggs fokus på att kvalitativt undersöka individers uppfattningar av ett givet fenomen. Metoder som rekommenderas inom inriktningen är intervju alternativt observation (Larsson, 1986). För att kunna besvara frågeställningarna som

berör elevernas uppfattningar av begreppet matematik, samt av matematikens syfte, utgjordes datainsamlingsmetoden av kvalitativ intervju.

Kvale (1997) beskriver olika typer av samtal som kan utgöra grunden i en intervju. Han menar att intervjuens syfte är avgörande för vilken grad av struktur samtalet bör anta. Graden av struktur beskrivs i spannet från öppet samtal till strikt frågeformulär med fasta svarsalternativ, där det sistnämnda motsvarar hög grad av struktur. Föreliggande intervju är av halvstrukturerad art. Intervjun antog formen av ett samtal, där frågorna var öppna för den intervjuade att tolka. Intervjuaren hade emellertid ett tydligt syfte för samtalet och styrde därmed vilka områden som ska behandlas.

Patel och Davidsson (2003) beskriver en intervjuteknik som benämns *tratt-teknik*. Tekniken innebär att intervjun inleds med övergripande, öppet formulerade, frågor för att därefter inriktas mot alltmer specifika och precisa frågor. Eftersom föreliggande studies syfte är att nå elevernas tolkningar anser jag att öppna frågor är en motiverad utgångspunkt. Doverborg och Pramling Samuelsson (2006) tillägger att intervjuer med barn med fördel bör utgå från en konkret händelse eller situation.

Med hänvisning till ovanstående resonemang inleddes intervjun med öppna frågor om matematik i allmänhet. Eleven ombads inledningsvis att berätta om en situation då denne använt sig av matematik. Eleven hade vid intervjuens genomförande en god möjlighet att själv välja fokus. Utifrån elevens svar på de öppna frågorna formulerades mer specifika frågor. En del av dessa följdfrågor var konstruerade i förhand och finns därmed presenterade i intervjuguiden (Bilaga 1). Andra uppkom i den specifika intervjusituationen. Först i slutet av intervjun kopplades matematikbegreppet till skolkontexten, samt till ytterligare sammanhang. Anledningen till att kopplingarna till de olika kontexterna inte gjordes tidigare i intervjun var att reducera risken att styra elevernas uppfattningar.

Intervjuerna utgick, som ovan nämnts, från en intervjuguide bestående av ett flertal öppet formulerade frågor. Intervjuguiden fungerade som underlag för samtalet, men utgjorde ingen strikt mall. Det innebar dels att frågornas ordning varierade samtalen emellan, dels att frågor utlämnades om området ansågs vara färdigbehandlat. Likaså tillkom ytterligare frågor under intervjuernas gång, dels i syfte att utveckla något som inte ansågs framgått, dels för att följa ett eventuellt sidospår som eleven påbörjat. Konsekvensen blev att intervjuerna med de olika

eleverna antog olika grad av strukturering, beroende på svarens komplexitet och innehåll. Det innebar även att tyngdpunkten för innehållet skiljde mellan de olika intervjuerna. Trost (1997) konstaterar att en intervju där den intervjuade har stort inflytande över samtalsprocessen och där frågornas ordning är flexibla och anpassade till den intervjuade antar en låg grad av standardisering.

Vid planering av intervjuernas praktiska upplägg och utförande utgjorde Doverborg och Pramling Samuelssons (2006) verk *Att förstå barns tankar* underlag. Skriften riktar sig i första hand till personal inom skolverksamheten. Dess syfte är att introducera intervjusamtal som en del av den vardagliga verksamheten, samt visa hur intervjuunderlag kan användas för att planera, utvärdera och förstå verksamheten. Jag anser emellertid att verket innehåller goda idéer och föreskrifter även då intervjun befinner sig inom ramen för forskning.

Den litteraturgenomgång och forskningsöversikt som presenterades i kapitel tre, framtogs först efter det att empirin var insamlad, transkriberad och analyserad. Att genomförande och analys av den empiriska studien tidsmässigt föregick presentationen av litteratur och forskning finner två förklaringar. För det första kan en god insikt i litteraturen omedvetet styra identifieringen av kategorier. Enligt fenomenografisk tradition ska en analys inte utgå från några på förhand givna tolkningsregler (Larsson, 1986). Ett ytterligare skäl är att forskningsöversikten syftar till att bemöta och diskuteras mot de resultat som framkom ur den empiriska studien och därmed besvara den tredje forskningsfrågan. För att diskussionen skulle vara möjlig krävdes att den tidigare forskningen i någorlunda utsträckning betraktade samma hänseenden som de resulterande beskrivningskategorierna. Eftersom en fenomenografiskt inriktad analys inte utgår från några på förhand givna tolkningsregler, är kategorierna som identifieras inte möjliga att förutse. En förutsättning för att forskningsöversikten skulle anknyta till de framkomna resultaten, var därmed att de framkomna resultaten fick avgöra vilka aspekter av den tidigare gjorda forskningen som skulle fokuseras. De resulterande kategoriernas kvalitet var därmed avgörande för vad som var relevant att presentera i avsnittet *Litteraturgenomgång och forskningsöversikt*.

Procedur

På klassens föräldramöte informerades elevernas vårdnadshavare om den kommande undersökningen och dess syfte. Vårdnadshavarna tillhandahöll, i samband med mötet, ett informationsblad som sammanfattade studiens syfte, samt intervjuernas funktion och utformning (Bilaga 2). Blanketten innehöll även mina kontaktuppgifter, samt en talong där var och en av vårdnadshavarna ombads kryssa för om samtal med deras barn fick dokumenteras i rapporten eller ej. Talongen skrevs under av vårdnadshavarna och återsändes.

Inför intervjuerna informerades även eleverna om vad samtalen skulle beröra, samt varför de skulle genomföras. Eleverna tog själva ställning till om de ville vara delaktiga eller ej. Samtliga elever var positiva till deltagande i studien.

Innan den faktiska studien startade utfördes en pilotintervju, med en flicka i samma ålder som de tilltänka respondenterna. Intervjun fungerade bra och resulterade inte i några större förändringar av upplägget. Emellertid konstaterades att flickans svar var väldigt kortfattade. Det medförde att ytterligare följdfrågor nedtecknades i intervjuguiden.

Som ovan nämnts är intentionen i en fenomenografiskt inriktad studie att fokusera och beskriva kvalitativt olika uppfattningar av ett fenomen. Hela utfallsrummet är av intresse. Jag anser att enskilda intervjuer är den metod som främst förverkligar denna intention. Trost (1997) menar att en gruppintervju kan medföra att endast vissa uppfattningar blir framlyfta, medan andra hålls tillbaka. Det finns därmed en risk att endast de mest frekventa och accepterade uppfattningarna framkommer.

Doverborg och Pramling Samuelsson (2006) förklarar att barn i en gruppintervju ofta påverkar och påverkas av varandra. Ur ett lärandeperspektiv betraktar jag gruppintervjuer som positiva, eftersom de kan bidra till att barnet uppmärksammar att det finns flera olika sätt att tänka kring ett fenomen. Gruppintervjun kan därmed påverka elevens utveckling av metakognitiv förmåga. Jag anser emellertid att syftet med föreliggande intervju inte är att påverka elevernas uppfattningar, utan att beskriva de redan befintliga.

Intervjuerna utfördes i ett mindre grupprum där insynen var begränsad och där ljud från den utanförhögande verksamheten inte nådde in. Doverborg och Pramling Samuelsson (2006)

föreskriver att intervjuer med yngre elever med fördel bör utföras på en plats där de inte riskerar att störas av omgivningen. Barnet kan i en rörig miljö tappa sin koncentration och deras svar kan därmed bli missvisande. Det aktuella rummet var sedan tidigare känt av eleverna då det, i verksamheten, används som ett komplement till det ordinarie klassrummet. Intervjuerna genomfördes under elevernas skoltid. Tiden för intervjuerna varierade mellan respondenterna, i tidsintervallet tjugo till fyrtio minuter.

För att dokumentera intervjuerna användes en bandspelare. Vissa minnesanteckningar angående elevens kroppsspråk, gester och beteenden gjordes kontinuerligt under intervjun. Doverborg och Pramling Samuelsson (2006) menar att kroppsspråket utgör en stor del av kommunikationen och att det är viktigt att beakta, både gällande intervjuaren och gällande respondenterna. Alternativet hade varit att använda videospelning. Då hade inga anteckningar behövt föras under intervjun. Jag anser dock att en videoutrustning kan göra eleven mer osäker och blyg och att denna osäkerhet i sin tur kan påverka intervjurens resultat. En bandspelare är lättare att glömma bort, vilket medför att intervjun kan anta formen av ett vanligt pedagogiskt samtal.

Ytterligare en faktor som togs i beaktande för att avdramatisera intervjusituationen var att organisera intervjun kring en aktivitet. Under intervjuns gång hade eleven tillgång till papper, färgpennor och saxar. Materialet användes av samtliga elever.

Analysmetod

En fenomenografisk analys utgår inte från några, på förhand uppsatta, hypoteser som undersökningen syftar till att verifiera alternativt falsifiera (Larsson, 1986). Min intention var att analysen endast skulle ske utifrån de perspektiv på lärande som finns presenterad i den teoretiska ansatsen.

Transkription och analys av det empiriska materialet skedde parallellt med datainsamlingen. Det innebär att transkriptionen och analysen av de första intervjuerna påbörjades innan alla intervjuer genomförts. Patel och Davidsson (2003) bedömer det positivt att transkription och analys sker direkt efter avslutad intervju. Dels är intervjuerna fortfarande färska i minnet, dels kan det fungera som en avstämning inför kommande intervjuer.

Intervjuerna transkriberades i stort sett ordagrant. Oartikulerade ord transkriberades emellertid med korrekt stavning, för att underlätta analys och läsning. Vid transkriptionen fingerades elevernas namn för att konfidentialitet skulle upprätthållas.

Uppgifter om uppgiftslämnare eller försökspersoner skall hanteras varsamt. Forskaren bör informera om hur uppgifterna kommer att skyddas och förvaras samt ge dem som så önskar konfidentialitet. Att hantera uppgifter konfidentiellt innebär att inga utomstående får veta vem som lämnat vilka uppgifter till forskaren. (Vetenskapsrådet, 1990)

En fenomenografisk analys bör inledas med att skapa en helhetsuppfattning av det empiriska materialet och att utifrån denna identifiera innebörden i utsagorna (Larsson, 1986). Alexandersson (1994) beskriver att ett sätt att identifiera innebörder är att analysera utsagornas fokus, frekvens, utförlighet, framställning, precision etcetera. Då uppfattningarnas innebörder är identifierade ställs dessa mot varandra för att likheter och skillnader i utsagorna ska kunna studeras. Utifrån dessa likheter och skillnader avgörs vilka beskrivningskategorier som skapas. De specifika uppfattningarna blir därmed avgörande för valet av kategorier. (Alexandersson, 1994)

Transkriptionsmaterialet i föreliggande studie analyserades i två omgångar: Först med avseende på uppfattningar av begreppet matematik, sedan med fokus på uppfattningar av matematikens syfte. Utifrån analysen upprättades två kategorisystem. Dessa benämns "Kategorisystem 1" och "Kategorisystem 2". Kategorierna inom vart och ett av de två kategorisystemen skiljer sig kvalitativt åt. Eftersom de två analyserna gjordes oberoende av varandra kan två kategorier som befinner sig i varsitt system kvalitativt likna varandra. Vid upprättandet av de två systemen fanns ingen ambition att dessa skulle motsvara varandra eller vara möjliga att översätta i varandra. Det fanns heller ingen strävan efter att de skulle skilja sig från varandra. Utsagorna var avgörande för vilka innebörder som identifierades, samt vilka kategorier som bildades i de respektive systemen. Genom upprepad läsning av det transkriberade materialet samt analys enligt Alexanderssons ovan beskrivna strategier kunde återkommande innebörder och uppfattningar inom de respektive systemen identifieras.

Larsson (1986) betonar att ett kriterium för att kategorierna ska betraktas som fenomenografiskt korrekta är att de kvalitativt skiljer sig åt. Kvalitativ olikhet innebär att kategorierna står för klart skilda uppfattningar och att de därmed inte avser en gradvis övergång. Kategorierna får heller inte överlappa varandra. Syftet är att skapa deskriptiva

kategorier som inrymmer samtliga uppfattningar som finns representerade i intervjutranskriptionerna. Ingen uppfattning ska betraktas som för liten, för egendomlig eller för infrekvent. Hela utfallsrummet ska finnas representerat. (Larsson, 1986)

Inom fenomenografisk metod analyseras uppfattningarna frikopplade från individen, vilket innebär att en individs uppfattning kan ge uttryck för flera innebörder och därmed falla under flera kategorier (Patel & Davidsson, 2003; Uljens, 1989). Den enskildes uppfattning är, inom fenomenografisk ansats, endast av intresse då den sätts i relation till övriga uppfattningar. Beskrivningskategorin är inte beständig, utan endast gällande för det aktuella utfallsrummet. Den enskildes uppfattning skulle i ett annat utfallsrum antagligen inordnas i en annan kategori. (Hasselgren, 1989; Larsson, 1986; Uljens, 1989)

Patel och Davidsson (2003) föreslår användning av konkreta verktyg vid bearbetning av transkriptionsmaterial. I föreliggande studie utgjorde datorprogrammet Word det konkreta verktyget. Flera dokument skapades och namngavs med de tilltänkta kategoriförklaringarna. Vart och ett av dokumenten motsvarade en kategori. Utsagorna analyserades utifrån den uppfattning de ansågs uttrycka och kopierades in i motsvarande dokument.

Vad som betecknar en utsaga kan vidare diskuteras. Svenska akademien (1999) ger ordet utsaga betydelsen uttalande eller yttrande. Den föreskriver inte hur pass omfattande en utsaga är eller kan vara. Det innebär att ett empiriskt material kan analyseras mer eller mindre ingående, beroende på hur utsagorna särskiljs. Vid analysen av föreliggande empiriska material tilläts utsagornas storlek att variera med dess innehåll. I vissa fall bedömdes att ett stort komplex av intervjutranskriptionen gav uttryck för samma innebörd. Då fördes komplexet odelat in i motsvarande kategoridokument. I andra fall utgjorde ett uttalande i storleksordningen mening eller sats en uppfattning och fördes då ensamt in i kategorisystemet. Jag är förtrogen med att även en mening kan innehålla kvalitativt skilda uppfattningar och därmed platsa i flera kategorier. Då dessa fall påträffades, analyserades utsagorna utifrån sin primära uppfattning.

I rapportens resultatavsnitt presenterades de två kategorisystemen, tillsammans med sina respektive beskrivningskategorier. De beskrivande kategorierna tillskrevs varsin bokstav, A – F, för att underlätta läsningen. Kategori A – C tillhör Kategorisystem 1, medan D – F ingår i kategorisystem 2. Beskrivningen av kategorierna gjordes dels med egna ord, dels med citat

från det empiriska materialet. Citatens syfte var att tydligare skildra kategoriernas kvalitet. För att förenkla efterkommande hänvisningar numrerades citaten. Anledningen till att citaten inte hänvisades till den specifika elev som yttrat uppfattningen, motiveras utifrån den fenomenografiska ansatsen. Ansatsens intresse ligger i att identifiera möjliga uppfattningar, snarare än att koppla uppfattningarna till en individnivå (Uljens, 1989).

Alexandersson (1994) framhåller att kategorierna i ett kategorisystem kan förhålla sig till varandra på olika sätt. Kategorierna kan förhålla sig jämbördigt alternativt hierarkiskt. Han poängterar att det empiriska materialet är avgörande för relationerna inom kategorisystemet.

Studiens resulterande beskrivningskategorier kunde ha klassificeras hierarkiskt utifrån en mängd olika graderingsfaktorer, såsom utsagornas grad av reflektion, utsagornas insikt i kunskapens eller färdighetens möjlighet till generalisering eller utifrån deras överensstämmande med en allmän definition. Syftet för föreliggande studie ligger dock i att diskutera uppfattningarnas eventuella konsekvenser för lärandet. Denna intention innebär att flera av de föreslagna graderingsfaktorerna kan bedömas vara relevanta. Emellertid kan olika uppfattningar av matematikbegreppet vara att föredra i olika sammanhang. Försök att hierarkiskt sortera de olika kategorierna gjordes därmed endast i den löpande diskussionen och bör inte betraktas som ett statistiskt resultat.

Resultat

Utifrån det transkriberade materialet har två fristående analyser gjorts. Den första med fokus på vilka uppfattningar som finns av *begreppet matematik*, det andra med siktet inställt på hur *matematikens syfte* uppfattas. De resulterande kategorisystemen beskrivs nedan.

Uppfattningar av begreppet matematik

Studiens första forskningsfråga behandlar de uppfattningar eleverna har av begreppet matematik. Utifrån det empiriska materialet har ett kategorisystem, bestående av tre kategorier, identifierats. Beskrivningskategorierna benämns:

- Symboler och symbolhantering
- Klassrumsaktivitet och skolkunskap
- Praktiskt redskap.

Under varje kategorirubrik återfinns en beskrivning av den uppfattning som avses. Beskrivningskategorierna kompletteras med bokstäver för att förenkla kommande hänvisningar.

Symboler och symbolhantering [A]

Matematik innebär nedtecknande, namngivning och teoretisk hantering av matematiska symboler. De symboler som utgör uttryck för är: Symbolerna för operationerna addition, subtraktion, multiplikation och division, likhetstecknet, kommatecknet samt siffersymbolerna. Kategorins kvalitet illustreras nedan med hjälp av fem korta fråga-svar-citat.

[1]

Hur kan du veta att du är duktig på matematik?

För man kan prova och till exempel skriva några tal [Skriver talen '3+7=' och '6+5=' på ett papper. Min anm.].

[2]

Kunde du någon matematik innan du började i 6-årsgruppen?

Ja, några stycken ... 1+1... Och 7+7... Och 4+4.

[3]

Kan du berätta hur fröken gör när hon använder matematik?

Hon visar oss ... siffror och plus och minus och ... Ja, det.

I ovanstående utsagor beskrivs matematikbegreppet i samtliga fall genom att benämna olika matematiska symboler, samt genom att ge förslag på hur dessa kan ingå i operationer. Varken matematiken eller symbolerna är kopplade till någon given kontext. Symbolerna i sig är det väsentliga. Nedan följer ytterligare två utsagor.

[4]

Kan man använda matematik om man är mitt ute i skogen?

Ja, man kan ta pinnar ... Om man lägger en pinne där och så tar man två små pinnar så blir det plus. Så kan man lägga två pinnar och då betyder det två. Och så kan man lägga likamed.

[Visar med penna och papper hur pinnarna kan läggas: Först en ensam pinne, därefter två pinnar som formar ett plustecken, därefter två ensamma pinnar jämte varandra och slutligen två pinnar som formar ett likhetstecken. Min anm.]

[5]

Kan man använda matematik om man är ute i skogen?

Ja.

Hur gör man då?

Man kan faktiskt ha en kniv och göra det på ett träd.

Vad menar du att man gör på trädet?

Matte. Man kan också ... Man skriver liksom plus eller minus på trädet ... Plus ... Minus

[Visar genom att skriva '+ 6 =' på ett papper. Min anm.]

I utsaga [4] och [5] ger respondenterna förslag på en möjlig kontext, varpå de beskriver vad matematik kan innebära i den givna kontexten. Den generalisering som görs innebär inte ett nytt sätt att tänka kring stoffet. Symbolerna och formningen av dessa förblir det väsentliga. Det som skiljer dessa situationer från situationerna i utsaga [1] – [3] är verktyget som används för att forma och uttrycka symbolerna. I skogen har man vanligtvis inte tillgång till skrivmaterial. Eleverna föreslår därför att redskap, såsom pinnar respektive kniv, kan användas för att forma symbolerna och skriva tal.

Klassrumsaktivitet och skolkunskap [B]

Matematik uppfattas som all ämnesrelaterad aktivitet som regelbundet förekommer i klassrummet, däribland läsning, stavning, skrivning, räkning och naturkunskap. Följande dialogsekvens får skildra kategorins kvalitet.

[6]

Vad är matematik för någonting?

Det är det man gör i skolan, som att lära sig saker och göra saker och så.

Vad är det man gör för någonting? Vad är det man lär sig?

Det är många saker. Nu jobbar vi med Ä och så räknar vi i Mästerkatten.

Är båda de sakerna matematik tycker du?

Ja.

Var kan man använda matematik?
I skolan och lite hemma och på ett hotell.

Nu får du berätta. Hur kan man använda matematik hemma?
Man kan leka skola.

Något mera?
Nej. Bara när man leker skola.

På hotellet då. Hur använder man matematik där?
Man kan leka skola på hotellet också. Det gjorde vi när vi var på semester.

Ovanstående sekvens antyder att matematik är en aktivitet, vars naturliga sammanhang är skolkontexten. Eleven ser emellertid en möjlighet att aktiviteten kan förekomma utanför skolan, men formen är ändå densamma – ”man leker skola”. Den skillnad som råder mellan skolkontexten och vardagskontexten är graden av allvar i aktiviteten. I skolan är det matematik på riktigt, utanför skolan leker man matematik. Nedan följer ytterligare en sekvens ur en intervju, där begreppet matematik uppfattas likt en skolaktivitet. Eleven beskriver hur föräldrar kan använda matematik.

[7]
Använder din mamma och pappa matematik någon gång?
Ja.

Vad gör de då?
De lär mig massa grejer. De lärde vad de trodde att jorden var ... vad de trodde ... vad de trodde att jorden var förr i tiden. De trodde att jorden var platt då.

Är det matte också?
Ja.

Kan du förklara varför det är matte?
För att man lär sig det i skolan.

Är allt man lär sig i skolan matte?
Nästan.

Vad är det som inte är matte?
När man ritat.

Varför är det inte matematik när man ritat?
För det har jag kunnat länge.

Matematik innebär i utsagan att lära sig något, oavsett inom vilket område eller ämne kunskaperna befinner sig. Det kunskapsstoff som behandlas i utsagan är av naturvetenskaplig art. Eleven framhåller att matematik är nästan allt man lär sig i skolan, dock inte att rita. Eleven ger här uttryck för en färdighet som hon inte lärt sig i skolan, något som hon ”kunnat

länge”. Denna aktivitet anses då inte vara matematik. Sammanfattningsvis likställs matematik, inom denna kategori, med fakta och färdigheter som lärs ut i skolan. Matematikbegreppet kan därmed likställas med skolarbete och skolkunskaper.

Praktiskt redskap [C]

Matematik är ett praktiskt redskap som skapar förståelse mellan människor. Matematik finns överallt och underlättar vår vardag. Matematiken är ett verktyg för alla, både barn och vuxna. Nedan följer tre utsagor som exemplifierar den aktuella uppfattningen.

[8]

Använder din mamma och pappa matematik någon gång?

Ja. Typ när de jobbar. Min mamma jobbar i kyrkan och tar emot sådana som ringer om dop och gift ... vigsel. Och då kan hon skriva hur många det är och maila över till de som bestämmer. Och då vet de det.

[9]

Använder din mamma och pappa matematik någon gång?

Ja.

Hur gör de då?

De gör massa grejer på jobbet.

Vad då för grejer?

Sånt med mat. De räknar maten och så. Hur mycket det kostar.

[10]

Använder du matematik hemma någon gång?

Ibland. Typ när jag leker med mina kompisar och vi ska äta något och fika. Då delar vi upp det så att alla får lika mycket.

Är det matematik när ni delar så?

Ja, så att det blir rättvist och alla får lika många.

Utsagorna [8] – [10] ger alla uttryck för att matematik är ett verktyg vi använder för att förstå varandra och för att kunna kommunicera med omvärlden. Innebörden förläggs till begreppets praktiska aspekter. Den matematik utsagorna ger uttryck för befinner sig i flera skilda kontexter. Begreppet är i denna kategori inte knuten till skolkontexten, utan betraktad som en kunskap och färdighet som är aktuell i flera olika sammanhang.

Uppfattningar av matematikens syfte

Elevernas uppfattningar av matematikens syfte beskrivs i nedanstående kategorisystem. Även detta system består av tre huvudsakliga beskrivningskategorier. Den första kategorin delas emellertid upp i två underordnade kategorier, med hänvisning till vem förutsättningen avser. Kategorierna och underkategorierna benämns:

- Förutsättning för akademisk och yrkesrelaterad sysselsättning
 - Förutsättning för att gå i skolan
 - Förutsättning för att arbeta
- Medel för att uppnå ökad matematisk kompetens
- Praktiskt redskap

Även dessa kategorier sammankopplas med bokstäver.

Förutsättning för akademisk och yrkesrelaterad sysselsättning [D]

Matematikens syfte är att möjliggöra akademisk och yrkesrelaterad sysselsättning. Matematisk kunskap och färdighet är en förutsättning för att kunna gå i skolan och för att kunna arbeta.

Den möjlighet som här kommuniceras är likväl att betrakta som ett krav. Både skola och arbete är verksamheter som människor är nästintill tvungna att delta i: Skolan i och med skolplikten och arbete utav ekonomiska skäl. Många av utsagorna uttrycker förstärkande kravrelaterade ord, såsom *måste*, *ska* eller *bör*. Kategorin uppdelas i två underkategorier. Dessa skiljer sig åt i fråga om vem kravet avser: Eleven själv eller den vuxne.

Förutsättning för att gå i skolan

Matematikens syfte är att ge eleven möjlighet att gå i skolan och klara de moment som undervisningen innebär. En utvecklad matematisk kompetens är viktig för eleven själv, här och nu. Matematikkunskaper och -färdigheter är en förutsättning för att kunna gå i skolan och delta i dess matematikundervisning.

[11]

Varför vill du lära dig matematik?

Att ... Att ... När man går i skolan så måste man räkna och då måste man kunna plus och minus. Man måste förstå vad man ska göra. Man kan ju inte till exempel ta bort när det står plus. Och det måste man ju veta.

[12]

Varför tycker du att det är viktigt att kunna matematik?

Man måste ju kunna matte för annars kan man ju inte gå i skolan.

Utsagorna kommunicerar en uppfattning där matematisk kunskap och färdighet är kriterier för att kunna gå i skolan. Utsagorna fokuserar på skolsituationen och beskriver matematik som ett krav för att kunna utföra de matematikrelaterade aktiviteter som försiggår där.

Förutsättning för att arbeta

Syftet med matematiken förskjuts från eleven själv. Motivet till att lära sig matematik är att bemästra de kunskaps- och färdighetsrelaterade krav som ställs den vuxne medborgaren, dels på vuxenskapet i allmänhet, dels på den vuxne medborgarens arbetssituation. Matematik är ett kriterium både för att få ett arbete och för att kunna utföra de uppgifter som arbetet kräver. Matematikens primära syfte är att möjliggöra tjänstgöring. Matematisk kompetens är ett krav som ställs på den vuxne, snarare än något praktiskt användbart för densamme. Den matematik eleven lär sig idag, syftar till att underlätta för henne då hon blir vuxen.

[13]

Varför vill du lära dig matematik?

... Hm ... När man är vuxen så måste man jobba och då måste man kunna alla skriva och alla talen.

[14]

Är det viktigt att kunna matematik?

Ja, det är bra sen när man är vuxen och ska skaffa jobb ... Och när man är större är det också bra.

Måste man kunna matematik då man skaffar jobb?

Ja, det är därför barnen går i skolan.

Medel för att uppnå ökad matematisk kompetens [E]

Matematikens främsta syfte är att främja ytterligare matematikkunskaper och -färdigheter. Anledningen till att vi lär oss matematik är för att vi ska bli bättre på matematik. Nedan följer utsagor som skildrar uppfattningen.

[15]

Varför vill du lära dig matematik?

För jag ska kunna alla siffrorna och bokstäverna ... och alla talen. Då vet man ju vad allting blir.

[16]

Varför vill du lära dig matematik?

För det finns många stora siffror som man lär sig sen ... Inte nu när man går i ettan.

Varför lär man sig stora siffror?

För att det lär man sig sen i tvåan och trean ... och sen. Och då måste man kunna de små först, annars kan man inte lära sig de stora.

Utsagorna beskriver att matematikens syfte är att möjliggöra ytterligare matematisk kompetens. Vad dessa matematiska kunskaper eller färdigheter i sin tur syftar till förtäljs inte. Motiveringarna för matematikens syfte befinner sig inom matematikens område och utsagorna yppar inga konkreta användningsområden utanför detta område.

Praktiskt redskap [F]

Matematikens syfte är att fungera som ett praktiskt redskap för människan, både för eleven själv och för andra. Kunskaper i matematik är användbara och underlättar för oss i vardagssituationer, exempelvis då vi handlar, bakar, delar lika, samtalar etcetera. Matematiken syftar till att främja kommunikation och förståelse mellan människor. Nedan exemplifieras matematikens praktiska användning.

[17]

Varför tycker du att det är viktigt att kunna matematik?

Så att man kan baka muffins och handla och räkna ... Ja.

[18]

Kan du berätta om någon gång då det är bra att kunna matematik?

Lika som när jag är sjuk eller har ont i benet, så måste pappa läsa på de olika måtten. Om jag är sju år nu så ska jag ta två och en halv jordgubbsmedicin så hjälper det.

[19]

Kan du berätta varför du vill lära dig matematik?

Så att man vet hur man ska dela och så. Som när vi ... ja, jag och mina kompisar, fikar. Då vill man ju att det ska vara rättvist, så att alla får lika och då ... Ja.

[20]

Vad tror du skulle hända om ingen människa i hela världen skulle kunna någon matematik?

Då skulle man inte kunna lika mycket. Då skulle man inte kunna ... Då måste man ha recept. Alltså, man måste ha recept till allting. Man kan ju inte veta hur mycket. Man vet liksom bara att man ska ha socker. Men man vet inte hur mycket, för då måste man ju kunna förstå till exempel tre ... Man kan veta vilka saker det är, men kanske inte liksom hur mycket det ska vara. Kanske det står tre och så kan man inte veta vad det är. Då kanske man tar i för mycket, för man inte vet.

Utsagorna [17] - [20] visar på matematikens praktiska nytta, dels för den egna personen, dels för människor i elevens omgivning. Citaten redogör därmed både för aktiviteter som eleven själv kan identifiera sig med och själv kan utföra och aktiviteter som eleven sett andra utföra. I samtliga fall betraktas matematikens syfte vara att underlätta för människan, genom att hjälpa henne att utföra vardagliga aktiviteter.

I kategorin inryms även utsagor som beskriver en situation där eleven vanligtvis inte medverkar. Utsagorna redogör för hur föräldrar, syskon och yrkesutövare använder

matematiken i sin vardag. Tillika är det matematikens praktiska användning som står i fokus. Nedan exemplifieras två utsagor som beskriver föräldrarnas användning av matematik i sitt arbete.

[21]

Kan du berätta om någon gång då det är bra att kunna matematik?

Ja, på pappas jobb. Han jobbar på x [Företagsnamnets figurerering. Min anm.]. Där måste man ha leveranser och massa olika. Hur många maskiner har vi inne idag?

[22]

När använder man matematik?

Som på mammas jobb. Det finns ett medicinrum. Och det är lite så att: När kommer den andra lådan? Och när kommer den? Och så finns det olika rum som har olika siffror. Rum nummer sju och nummer åtta [...] Hon måste hjälpa dem och så tar hon ett mått. Så om de håller på att föda barn så är det dropp i stället.

I utsaga [22] beskrivs flera matematiska kompetenser som föräldern drar nytta av i sitt arbete. Eleven nämner räkning, volymmätning och matematiska symboler som identifikation. I utsaga [21] är det matematikens kommunikativa aspekter som beaktas. Matematik ses som ett instrument för att människor ska förstå varandra.

Diskussion

I diskussionsavsnittet sammanfattas och diskuteras de resulterande kategorisystemen. Beskrivningskategorierna som ingår i de respektive systemen diskuteras enskilt, samt i relation till varandra. Kategorierna diskuteras dessutom med utgångspunkt i den litteraturgenomgång och den forskningsöversikt som presenterats ovan.

Undersökningsobjektet för studien är, enligt fenomenografisk tradition, uppfattningar av ett fenomen, i detta fall: Uppfattningar av begreppet matematik, samt av matematikens syfte. Det bör hållas i åtanke vid läsningen att den diskussion som följer utgår från de renodlade och isolerade kategorierna av uppfattningar. Samtliga elever som intervjuades gav uttryck för åtminstone två kvalitativt olika uppfattningar. Det innebär att de begreppsliga konsekvenser som diskuteras, inte i första hand är kopplade till eleverna, utan till de specifika uppfattningarna.

Kategorisystem 1 – Uppfattningar av begreppet matematik

Den första forskningsfrågan berör de uppfattningar eleverna har av begreppet matematik. Analysen resulterade i ett kategorisystem bestående av tre beskrivande kategorier, vari samtliga uppfattningar finns inordnade. Kategorierna benämns *Symboler och symbolhantering [A]*, *Klassrumsaktivitet och skolkunskap [B]* och *Praktiskt redskap [C]*.

Skolverkets (2003) kvalitetsgranskning visar att många yngre elever likställer matematikbegreppet med räkning och färdighetsbaserade övningar. Uppfattningen kan liknas vid beskrivningskategori A. Utsagorna i kategorin kommunicerar matematik som en färdighet i att hantera olika symboler. Matematikbegreppet begränsas till den mekaniska räkningen som tidigare utmärkt både matematikämnet (Malmer, 2006) och begreppet matematik (Skolverket, 2003). Enligt Malmer (2006) har dagens matematikundervisning utvecklats till att innehålla betydligt fler aspekter, såsom logiska, förståelseinriktade och kommunikativa. Dessa aspekter återfinns emellertid inte i uppfattningarna tillhörande kategori A.

Vidare kan konstateras att fakta och färdighet, samt till viss del även förtrogenhet, är de kunskapsformer som är centrala i utsagorna i kategori A. Den förtrogenhet som inkluderas är emellertid endast relaterad till symbolernas formella egenskaper och den mekaniska

hanteringen av desamma. Utsagorna avslöjar ingen förtrogenhet till övriga matematiska aspekter.

Wistedt et al. (1992; 1993) resonerar kring hur olika uppfattningar och tolkningar kan inverka på elevens lärande. De menar att den kontext som eleven mentalt befinner sig i vid problemlösning, är avgörande för vilka aspekter av hennes begrepp som kommer att utvecklas. Utifrån resonemanget kan antas att en elev som begränsar matematikbegreppet till att endast innefatta symboler och hantering av dessa, kan få svårigheter att urskilja de vardagliga och praktiska aspekterna i problemen. Det kan innebära att eleven, vid problemlösning, fokuserar på symbolerna och hanteringen av dessa, utan vidare eftertanke kring vad dessa egentligen beskriver. En ensidig fokusering på de formella aspekterna kan därmed innebära att eleven får svårigheter att tillämpa matematiken.

För att eleven ska ha möjlighet att utveckla en önskad kompetens krävs att hennes uppmärksamhet är riktad mot de väsentliga aspekterna (Wistedt et al., 1992; Wistedt et al., 1993). För att en elev, som främst innehar uppfattningar ur kategori A, ska ha möjlighet att utveckla även den förståelsebaserade kunskapsformen krävs att hon, enligt Wistedts et al. tankegång, får hjälp att rikta sin uppmärksamhet mot denna aspekt. För att förstå att och hur symbolerna är en beskrivning av verkligheten krävs att elevens uppmärksamhet riktas mot denna koppling.

Å andra sidan behöver inte utsagornas enkelriktade fokus på den rent teoretiska och formella matematiken innebära att elevens förståelse för den praktiska matematiken brister. En elev som likställer begreppet matematik med de strikta fakta- och färdighetsbaserade momenten kan ha en väl utvecklad förmåga att generalisera matematiken till en vardagskontext. Omständigheten kan vara att hon inte associerar denna vardagsanknytning till begreppet matematik. Då intervjupersonen frågar eleven vad matematik är associerar hon måhända endast till den formella matematiken. Kunskapsformerna förståelse och förtrogenhet anses ligga utanför begreppet, alternativt tillhöra ett annat begrepp.

Kategori B består av utsagor där begreppet matematik uppfattas motsvara nästintill all aktivitet som sker i klassrummet. Begreppet innefattar bland annat läsning, stavning, skrivning, räkning och naturkunskap. I utsaga [7] ger eleven uttryck för att aktiviteten rita inte ingår i matematikbegreppet, trots att aktiviteten förekommer i skolan och i klassrummet.

Motiveringen är att eleven inte lärt sig rita i skolverksamheten, utan kunnat det redan innan skolstarten. Utsagan beskriver därmed matematik såsom kunskaper och kompetenser som eleven lär sig i skolan. I år motsvarar dessa i stora drag just läsning, stavning, skrivning, räkning samt en del naturkunskap.

Uppfattningarna hemmahörande i kategori B kan betraktas som felaktiga, vid jämförelse med de förklaringar av begreppet matematik (NE, tillgänglig 2007-12-13; Skolverket, 2000; Skolverket, 2003) som presenterats i litteraturgenomgången. De ”felaktiga” uppfattningarna behöver emellertid inte innebära att elevernas begreppsstrukturer är outvecklade. Troligtvis är uppfattningarna endast tecken på att eleverna inte ännu lärt sig att korrekt benämna sina kunskaper och färdigheter. Anledningen till att eleverna tillskriver begreppet en innebörd som inte stämmer överens med den allmänna tolkningen, kan alltså vara att de saknar vana att sätta namn på sina kunskaper och färdigheter, alternativt att de använder andra benämningar för de kvalitéer som, enligt de allmänna definitionerna, ingår i begreppet matematik. Elever med uppfattningar enligt kategori B kan därmed vara förtrogna med samtliga kunskapsformer inom matematiken och ha en god förmåga att generalisera sina kunskaper mellan olika kontexter. En hypotes kan alltså vara att eleverna benämner dessa kunskaper och förmågor med en andra termer än just matematik. De kanske använder benämningarna räkning, tänkande och förståelse för att beskriva dessa. Vidare betraktar de termen matematik som ett samlingsnamn för dessa kompetenser tillsammans med övriga kompetenser som bearbetas i skolverksamheten. En uppfattning hemmahörande i kategori B behöver därmed inte, enligt min tolkning, medföra negativa konsekvenser för lärandet och begreppsbyggnaden, trots att den kan anses vara felaktig i förhållande till allmänna definitioner.

De utsagor som inkluderas i kategori C utmärks av sin uppfattning av matematik som ett konkret och användbart verktyg. Matematik är något som människor behöver och använder sig av i sin vardag. Begreppet matematik är inte låst till en bestämd kontext, utan möjligheten till generalisering är stor. Uppfattningen kan liknas vid den matematik som Malmer (2006) beskriver vara genomgående i Lpo94. Läroplanen gestaltar, enligt Malmer, matematiken som ett redskap som underlättar för individen i hennes vardagssituationer. Även i kursplanen för matematikämnet (Skolverket, 2000) är matematiken framställd som ett redskap för tänkandet.

Wistedt et al. (1993) beskriver två olika sätt att uppfatta och bemöta ett problem: Procedurinriktat alternativt innehållsriktat. Uppfattningar enligt kategori A kan liknas vid

det procedurinriktade synsättet, där matematikens formella och mekaniska aspekter ställs i centrum. Kategori C kan vidare liknas vid det innehållsrelaterade förhållningssättet. Tolkningen av problemet blir avgörande för hur eleven bemöter detsamma.

Forskare (Säljö, 2000; Wistedt et al., 1992; Wistedt et al., 1993) framhåller att det begreppsliga djupet ökar med antalet erfarenheter och kontexter till vilka individen kan relatera det givna stoffet. Ju fler erfarenheter begreppet kan kopplas till, desto större förmåga har eleven att generalisera mellan olika kontexter. Det innebär att en elev som uppfattar begreppet matematik enligt kategori C har förankrat matematiken i flera sociala kontexter och därmed är förmögen att använda sina förvärvade kunskaper och färdigheter i flera skilda sammanhang.

En väl förankrad kunskap innebär, enligt Lpo94, att eleven har en förmåga att koppla samman de olika kunskapsformerna: fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet, till en helhet. Kunskapen är inte låst till en kontext, utan liknas vid ett redskap som eleven bär med sig. (Skolverket, 2006)

Wistedt et al. (1993) menar att skolmatematiken bör främja utveckling av en matematik som hos eleven fungerar som ett redskap för att koppla samman vardagliga tolkningar med formell matematik. Tankegången kan, enligt min uppfattning, liknas vid Vygotskijs teorier om föreställningarnas utveckling mot vetenskapliga begrepp (Vygotskij, 1934/2001). Lärande innebär, enligt Vygotskij, inte ett utbyte av teorier utan snarare en vidgning av de redan befintliga. För att lärandet ska resultera i varaktig och användbar kunskap hos individen krävs att begreppen är väl förankrade i hennes tänkande (Vygotskij, 1934/2001). Wistedt et al. (1993) menar att undervisningens mål är att eleven ur sin referensvärld lär sig avgöra vilken referensdomän som är aktuell för lösning av ett specifikt problem, vardagligt eller formellt. En uppfattning hemmahörande i kategori C kan liknas vid detta redskap. Eleven uppfattar sina formella matematikerfarenheter som relevanta referensdomäner även vid lösningen av ett problem i vardagskontexten. Elevens matematiska begrepp har förankring i samtliga fyra kunskapsformer: Fakta, färdighet, förståelse och förtrogenhet.

Säljö (2000) poängterar att en god insikt i en kunskaps naturliga sammanhang ökar det begreppsliga djupet och medför en ökad förståelse för begreppet. Enligt min tolkning av Lpo94 (Skolverket, 2006) är vardagssituationen att betrakta som matematikens naturliga

kontext. Elever som innehar en uppfattning enligt kategori C ger uttryck för denna insikt. De har en förståelse för matematikens naturliga användningsområde. De elever som innehar en uppfattning i enighet med kategori A uttrycker däremot den formella kontexten som matematikens naturliga sammanhang. Denna jämförelse skulle, med hänvisning till Wistedts et al. (1992; 1993) och Säljös (2000) resonemang, innebära att en uppfattning enligt kategori C är att föredra. Uppfattningar enligt kategori C uttrycker en större förståelse för att kunskapen kan generaliseras och användas i flera olika kontexter. En utbredd förståelse för de olika matematiska kompetenserna medför, enligt Wistedt et al. (1992; 1993), att eleven uppmärksammar matematiska aspekter i flera olika sammanhang. Den vidgade uppmärksamheten medför i sin tur att flera olika aspekter av matematikbegreppet utvecklas. Det begreppsliga djupet ökar. (Wistedt, 1992; Wistedt, 1993)

Kategorisystem 2 – Uppfattningar av matematikens syfte

Analysen av elevernas uppfattning av matematikens syfte resulterade likaledes i ett kategorisystem bestående av tre huvudsakliga beskrivningskategorier. Kategorierna benämns *Förutsättning för akademisk och yrkesrelaterad sysselsättning [D]*, *Medel för att uppnå ökad matematisk kompetens [E]*, samt *Praktiskt redskap [F]*. Den första av de tre kategorierna är fördelad på två underkategorier med hänvisning till vem förutsättningen avser: Eleven eller den vuxne. Underkategorierna benämns *Förutsättning för att gå i skolan* respektive *Förutsättning för att arbeta*.

Uppfattningarna av matematikens syfte är i hög utsträckning beroende av vilken tolkning som läggs i begreppet matematik. Resultaten av den andra frågeställningen är därmed avhängig den första. Hur uppfattningarna påverkar respektive påverkas av varandra undersöks inte i denna studie. Kopplingar mellan kategorisystemen diskuteras endast marginellt.

I kategori D uppfattas matematikens syfte vara att möjliggöra skolgång alternativt arbete. Den möjlighet som uttrycks är, som ovan nämnts, likväl att betrakta som ett krav. Matematik är något man *måste* kunna. Det krav som utsagorna ger uttryck för är att betrakta som ett utifrån kommande krav. Kravet är inte skapat av eleven själv. Det har lagts på denne. Det uttryckta kravet förmedlas, i utsagorna, likt ett axiom. Eleverna reflekterar inte kring sitt uttalande, utan yttrar det som en självklarhet.

Enligt Dewey (Wyndhamn et al., 2000) underlättas lärandet av att individen upplever den nya kunskapen eller färdigheten som meningsfull. Kopplat till kategori D, där utsagorna underbyggs av ett kravtänkande, finns anledning att ifrågasätta elevernas inre motivation till konstruerandet av matematisk kunskap. Den drivkraft som uttrycks är det upplevda kravet, ett krav ställt av samhället. Uppfattningen ger inte uttryck för matematikens praktiska, kommunikativa och logiska aspekter. Utsagorna fokuserar inte på de aspekter som skapar möjligheter i för eleven, i dennes vardagssituationer. Fokus är inställt på kravrelaterad och institutionell verksamhet, snarare än att koppla an till den egna vardagen. Omständigheten kan innebära att en elev med given uppfattning, inte ser matematiken som meningsfull i den vardagliga kontexten, utan endast förankrad i den institutionella. Enligt Deweys (Wyndhamn et al., 2000) resonemang skulle det innebära att eleven riskerar att få svårigheter att konstruera och nyttja matematikrelaterade kunskaper i sin vardag.

Vidare kan en åtskillnad göras mellan de två underkategorierna. I den ena underkategorin avser kravet eleven själv och den egna skolgången. I den andra kategorin fokuserar uppfattningen på den vuxne och dennes arbetssituation. Uppfattningarna i den sistnämnda kategorin innebär att eleven skjutit kravet ifrån sig själv. Kravet betraktas som irrelevant, alternativt avlägset, för eleven. Kopplat till diskussionen kring Deweys (Wyndhamn et al., 2000) teori skulle faktumet innebära att eleven ytterligare reducerat sin inre motivation att lära.

Kategori E karaktäriseras av uppfattningar där matematikens syfte är att bidra till en ökad matematisk kompetens. Matematiken beskrivs utifrån sitt egenvärde. Utsagorna yppar inga konkreta användningsområden utanför den färdighetsbaserade matematikundervisningen. Matematikens syfte är att fungera som medel för att uppnå ökad matematisk kompetens. I utsagorna begränsas begreppet matematik till att innefatta ramsräkning, symbolhantering, samt teoretisk behandling av de fyra räknesätten, likt utsagorna i kategori A. I kategori E återfinns ingen utsaga som beskriver de kommunikativa och förståelseinriktade aspekterna av matematiken.

Denna snäva avgränsning av matematikens syfte kan antas medföra att även uppfattningen om matematikens användningsområden är starkt begränsat. Utsagorna i kategori E associerar matematik till den färdighetsbaserade undervisningen och kommunicerar i flesta fall

klassrumssituationen som den naturliga kontexten. Elever med uppfattningar enligt kategori E betraktar förmodligen inte matematiken som ett naturligt redskap i sina vardagssituationer.

Enligt Wistedts et al. (1992; 1993) resonemang skulle uppfattningen innebära att elevens uppmärksamhet begränsas till att främst fokusera på de formella aspekterna av matematiken. Eleven riskerar därmed att gå miste om den matematik hon möter i sina vardagssituationer. Genom att inte uppmärksamma de matematiska aspekterna i vardagen reduceras möjligheten att vidga dessa delar av begreppet matematik (Wistedt et al., 1992).

En elev med uppfattning enligt kategori E kan, liksom eleven med uppfattning ur kategori A, behöva hjälp att rikta sin uppmärksamhet mot ytterligare matematiska aspekter, såsom kontextuella och funktionella. Genom att komplettera sin uppfattning med ytterligare synvinklar och vänja sig vid att se matematiken även ur andra perspektiv kan, med hänvisning till Säljö (2000), det begreppsliga djupet öka.

I anslutning till denna diskussion bör poängteras att en kommunicerad uppfattning inte är en direkt avspeglning av tänkandet (Säljö, 2000). En elev med uppfattningar enligt kategori E kan vara väl förtrogen med matematikens kontextuella och funktionella aspekter. Elevens kognitiva nätverk kan vara tillräckligt komplext för att göra de generaliseringar mellan skolkontext och vardagskontext som Lpo94 (Skolverket, 2006) föreskriver. Trots att eleven besitter en förmåga att, i tanke och handling, utföra generaliseringarna är det inte självklart att denna förmåga genomsyrar dennes kommunicerade uppfattningar. Då intervjupersonen ställer en fråga om matematikens syfte kan eleven bortse från de vardagsrelaterade syftena och endast fokusera på syften relevanta för den formella matematiken. Antagandet skulle innebära att eleven endast kommunicerar matematikens formella aspekter, där ett steg förutsätter ett annat. Främsta syftet med att lära sig matematik blir då att klara nästa steg. Matematikens syfte är att komma vidare i den formella matematikens trappa.

Kategori F innehåller utsagor som har stora likheter med de uttalanden som återfinns i kategori C. Matematikens syfte beskrivs vara att underlätta för individen i hennes vardag. Matematiken återges som ett praktiskt redskap. Uppfattningen stämmer väl överens med den anvisning i Lpo94 (Skolverket, 2006), som fastställer att skolans matematikundervisning ska sträva efter att hos eleven utveckla kunskaper som underlättar dennes vardag. Vidare betonas, i Lpo94 (Skolverket, 2006), att kunskap inte endast innebär fakta- och färdighetskunskap,

utan att eleverna även förväntas utveckla en förståelse för kunskapernas användning, samt en förtrogenhet att använda dessa.

För att skolans matematikundervisning ska främja det lärande som Lpo94 (Skolverket, 2006) föreskriver, är det enligt min uppfattning nödvändigt att eleverna förmår generalisera kunskaperna mellan olika kontexter. För att eleven ska kunna generalisera sina kunskaper och färdigheter krävs, enligt Wistedt et al. (1992), att eleven är förmögen att kognitivt befinna sig i de olika kontexterna och därmed uppmärksamma olika aspekter av matematiken. Enligt dessa teorier skulle elever som besitter uppfattningar ur kategori F ha goda möjligheter att uppfylla läroplanens mål.

Wistedt et al. (1992) beskriver ovan hur skolmatematikens syfte bör vara att ge eleverna verktyg för att röra sig mellan den vardagliga och den matematiska kontexten och situationsanpassat avgöra vilka regler som passar bäst för ändamålet. De betonar matematikämnets roll som verktyg för förståelse, snarare än att i sig representera ett egenvärde. För att eleven ska upptäcka och bearbeta de aspekter av problemet som undervisningen avser, krävs att dennes uppmärksamhet riktas mot desamma. (Wistedt et al., 1992)

En elev som innehar uppfattningar ur kategori F ger, enligt min tolkning, uttryck för förmågan att rikta sin uppmärksamhet mot relationen mellan formell matematik och praktisk tillämpning. Enligt Wistedts et al. (1992) resonemang skulle denna förmåga medföra att eleven tankemässigt kan generalisera mellan kontexterna och låta syftet avgöra vilka erfarenheter som ska utgöra referensdomän. En elev med uppfattningar enligt kategori F är i och med detta att betrakta som kontextuellt medveten (se Wistedt et al., 1993).

En elev med uppfattningar som inte koncentrerar på relationen mellan de olika kontexterna, kan missa kopplingen mellan dessa och därmed stödja sina lösningar på en för ändamålet ineffektiv strategi. Trots att eleven har utvecklade formella matematiska kunskaper riskerar denne i en problemsituation att åberopa sina informella kunskaper och vice versa, då problemet befinner sig i en för eleven ovan kontext. Eleven är då, med hänvisning till Wistedt et al. (1993), att betrakta som kontextuellt osäker. Kontextuell osäkerhet innebär i situationen att matematikundervisningen medverkar till att eleven tar till sig de abstrakta matematiska kunskaperna, men bidrar inte till att utveckla dennes begreppsstrukturer. De olika kontexterna

är i tänkandet särskilda från varandra. Strategier som eleven tillägnar i en kontext generaliseras inte automatiskt till de övriga kontexterna. (Wistedt et al., 1993)

Metoddiskussion

Reliabilitet beskriver hur väl mätmetoden stämmer överens med de framkomna resultaten. Hög grad av reliabilitet innebär att resultaten blir desamma vid upprepade mätningar enligt den angivna metoden. Låg grad av reliabilitet innebär att resultaten vid de olika tillfällena skiljer sig åt trots att samma metod använts vid samtliga tillfällen. (Johansson & Svedner, 2004)

En kvalitativ halvstrukturerad intervjumetod innebär att respondenterna har en stor möjlighet att påverka intervjusituationen. De olika intervjuerna kan leda i olika riktningar och därmed minska graden av reliabilitet i studien. Faktumet att samtliga genomförda intervjuer utgick från intervjuguiden medförde emellertid att alla respondenter besvarade i stort sett samma frågor, trots att ordningen på dessa varierade. Vidare var intervjupersonen densamma i samtliga intervjuer, vilket ytterligare bidrog till att samtalen utgick från samma premisser.

En ytterligare åtgärd som vidtogs för att upprätthålla graden av reliabilitet var en tydlig procedurbeskrivning. Genom att vara noggrann i beskrivningen av tillvägagångssättet ökar möjligheten att vid upprepade mätningar erhålla överensstämmande resultat.

Validitet är vidare ett mått på hur väl resultaten stämmer med verkligheten (Johansson & Svedner, 2004). Genom att studiens urval begränsats till den aktuella klassen, kan resultaten endast relateras till densamma. Studien kan därmed inte uttala sig om uppfattningar i andra kulturer, bland andra åldersgrupper etcetera. Att datainsamlingen pågick fram till dess att materialet ansågs mättat kan emellertid ses som en metod för att öka graden av validitet. Likaså kan de begreppsbeskrivningar och definitioner som ges i bakgrundsavsnitten medverka till att öka graden av validitet i studien.

En faktor som bör beaktas vid analysen och diskussionen av det kvalitativa dataunderlaget är vad intervjuerna egentligen ger uttryck för. Utifrån en konstruktivistisk ansats görs en åtskillnad mellan processerna tänkande, handlande och kommunikation. Föreliggande studie, där intervju utgör datainsamlingsmetoden, ger uttryck för de uppfattningar eleverna väljer att

kommunicera. Eleven kan vidare besitta uppfattningar som, av en eller annan anledning, inte framkommer i handlandet eller i kommunikationen. En studie av detta slag kan därmed inte garantera ett resulterande kategorisystem där samtliga uppfattningar kan inplaceras. Då begreppsbildning diskuteras i förhållande till studiens resulterande kategorier utgår diskussionen ifrån att de kommunicerade uppfattningarna är uttryck för elevens tänkande. Denna likställning mellan tanke och kommunikation kan anses korrekt ur ett radikalkonstruktivistiskt perspektiv, men motsätter sig det sociokulturella förhållningssättet. Med den forskning och tekniska utrustning som idag finns tillgänglig, finns ingen möjlighet att direkt studera en individs tänkande. De metoder vi har att tillgå är att studera det handlande eller den kommunikation som tänkandet ger upphov till. I den genomförda studien valdes det andra alternativet.

Likaså kan den kontext vari intervjuerna ägde rum ifrågasättas. Utifrån ett sociokulturellt perspektiv, där tänkandet anses vara situerat, skulle elevernas uppfattningar vara kopplade till den specifika kontext vari de förmedlas. Att intervjuerna utfördes i skolkontexten kan ha medfört att eleverna oreflekterat kopplat frågorna till den aktuella verksamheten. Elevernas tänkande kan ha begränsats till att endast fokusera de uppfattningar som härrör relationen mellan skola och matematik, och därmed bortsett från det matematiska i andra sociala kontexter. Om samtalen ägt rum i ett annat sammanhang, till exempel i någon av elevens vardagliga fritidsaktiviteter, hade utfallsrummet sannolikt blivit ett annat och därmed resulterat i andra beskrivningskategorier. Elevernas uppfattning av matematik hade troligtvis kommunicerats annorlunda. Vidare kan intervjusituationen i sig kännas ovan och främmande för eleverna och därmed vara ytterligare en faktor som påverkar utfallsrummet.

Slutsats

Eleverna går i samma klass, är uppvuxna i samma område och är lika gamla. Trots det framkommer flera kvalitativt olika uppfattningar av begreppet matematik, samt flera skilda uppfattningar av varför man behöver kunna matematik.

Resultaten av denna begränsade undersökning visar att de uppfattningar som de intervjuade eleverna har av begreppet matematik kan sammanfattas i tre kategorier. Uppfattningarna i kategori A och C kan finna stöd i de definitioner av matematikbegreppet som presenterats av bland annat NE (tillgänglig, 2007-12-13) och Skolverket (2003). Kategori B uttrycker en

uppfattning som enligt definitionerna är att betrakta som felaktig. Sett ur ett lärandeperspektiv skulle de två ”korrekta” uppfattningskategorierna kunna beskrivas hierarkisk. Uppfattningarna i kategori C motsvarar en mer vidgad förståelse för begreppet matematik än uppfattningarna hemmahörande i kategori A.

Relaterat till tidigare forskning (Wistedt et al., 1992; Wistedt et al., 1993) skulle en elev med uppfattningar enligt kategori C ha en god förmåga att uppmärksamma matematiska aspekter i flera olika kontexter och därmed vidga sina begrepp ytterligare. En elev med uppfattningar enligt kategori A riskerar däremot att begränsa sin uppmärksamhet till den formella matematiken. Eleven kan då behöva hjälp att rikta sin uppmärksamhet mot kopplingen mellan den formella och den vardagliga kontexten för att utveckla en förståelse för hur den formella matematiken finns representerad och kan användas även utanför skolinstitutionen. Eleven behöver hjälp att komplettera sin uppfattning, till att även innefatta funktionella och kontextuella aspekter.

Elevernas uppfattningar av matematikens syfte kan likaså fördelas på tre huvudsakliga kategorier. Dessa går samtliga i linje med kursplanens beskrivning av matematikämnets syfte (se s. 15). Utsagorna i de respektive kategorierna fokuserar emellertid på olika aspekter av kursplanens beskrivning.

Kopplat till Wistedts et al. (1992) tankegångar skulle det innebära att de olika uppfattningarna möjliggör utveckling av olika matematiska aspekter. I detta kategorisystem kan uppfattningarna i kategori F anses vara de bredaste och mest eftersträvansvärda, sett ur ett lärandeperspektiv. Utsagorna i denna kategori fokuserar på flera av de matematiska kunskapsformerna. För att effektivt lösa ett problem krävs att eleven, utifrån problemets syfte, har en förmåga fastställa en relevant referensdomän. För att kunna värdera syften och referensdomäner mot varandra krävs att eleven har en repertoar av uppfattningar att välja mellan. En elev som besitter flera kompletterande uppfattningar av matematikens syfte, samt är skicklig i att värdera dessa i förhållande till problemsituation och referensdomän, har med detta en god möjlighet att utveckla flera av matematikens kunskapsformer.

Även graden av motivation är en avgörande faktor som skiljer uppfattningarna av matematikens syfte åt. Enligt Deweys (Wyndhamn et al., 2000) teori är känslan av meningsfullhet avgörande för hur individen konstruerar kunskap. I det avseendet skiljer sig de

resulterande kategorierna sig åt. Kopplat till Deweys resonemang har en elev som uppfattar matematiken som relevant och användbar i den egna vardagen en högre grad av inre motivation, än en elev som uppfattar att matematiken främst syftar till att den vuxne ska kunna uträtta sitt arbete.

Sammanfattningsvis skulle de elever som besitter flera kompletterande ”korrekta” uppfattningar av matematiken och dess syfte få maximal utdelning av en lärandesituation. De elever som ser matematiken som relevant i flera skilda kontexter och ser flera alternativa syften har en god möjlighet att utveckla flera olika matematiska aspekter och därmed få ett väl utvecklat begreppsligt nätverk. Det begreppsliga djupet är därmed avhängigt elevens förmåga att uppfatta matematiken på kvalitativt olika sätt och utifrån ett givet syfte avgöra hur problemet bör bemötas.

Som förslag till vidare forskning skulle elevers uppfattningar av matematiken kunna ställas i relation till deras aktuella kunskapsnivå. Finns det något samband mellan en elevens uppfattningar och dennes kunskaper?

Litteraturförteckning

Alexandersson, Mikael (1994). Den fenomenografiska forskningsansatsens fokus. I Bengt Starrin & Per-Gunnar Svensson (red.). *Kvalitativ metod och vetenskapsteori* (111-136). Lund: Studentlitteratur.

Alvesson, Mats & Sköldberg, Kaj (1994). *Tolkning och reflektion. Vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod*. Lund: Studentlitteratur.

Arevik, Sten & Hartzell, Ove (2007). *Att göra tänkande synligt. En bok om begreppsbasead undervisning*. Stockholm: HLS.

Bråten, Ivar (red.) (1998). *Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.

Carlgren, Ingrid & Marton, Ference (2001). *Lärare av i morgon*. Stockholm: Lärarförbundet.

Dahlgren, Lars-Owe (1989). Förord. I Roger Säljö (red.). *Som vi uppfattar det. Elva bidrag om inläring och omvärldsuppfattning* (IX-XIV). Lund: Studentlitteratur.

Doverborg, Elisabet & Pramling Samuelsson, Ingrid (2006). *Att förstå barns tankar. Metodik för barnintervjuer* (Tredje upplagan). Stockholm: Liber.

Hasselgren, Biörn (1989). Fenomenologi och fenomenografi; vad är det för skillnad på det? I Roger Säljö (red.). *Som vi uppfattar det. Elva bidrag om inläring och omvärldsuppfattning* (103-111). Lund: Studentlitteratur.

Hesslefors Arktoft, Elisabeth (1996). *I ord och handling. Innebörder av "att anknyta till elevers erfarenheter", uttryckta av lärare*. Göteborg Studies In Educational Sciences 110. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Hwang, Philip & Nilsson, Björn (2006). *Utvecklingspsykologi* (Andra upplagan). Stockholm: Natur och kultur.

Illeris, Knud (2001). *Lärande i mötet mellan Piaget, Freud och Marx* (Sten Andersson övers.). Lund: Studentlitteratur (Originalarbetet publicerat 1999).

Johansson, Bo & Svedner, Per Olov (2004). *Examensarbetet i lärarutbildningen. Undersökningsmetoder och språklig utformning*. Uppsala: Kunskapsföretaget.

Korp, Helena (2003). *Kunskapsbedömning -hur, vad och varför*. Stockholm: Myndigheten för skolutveckling.

Kroksmark, Tomas (1987). Erfarenhet – undervisning – inläring. Konturer till en didaktisk teori. I Roger Säljö (red.). *Som vi uppfattar det. Elva bidrag om inläring och omvärldsuppfattning* (165-185). Lund: Studentlitteratur.

Kvale, Steinar (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun* (Sven-Erik Torhell övers.). Lund: Studentlitteratur. (Originalarbetet publicerat 1996)

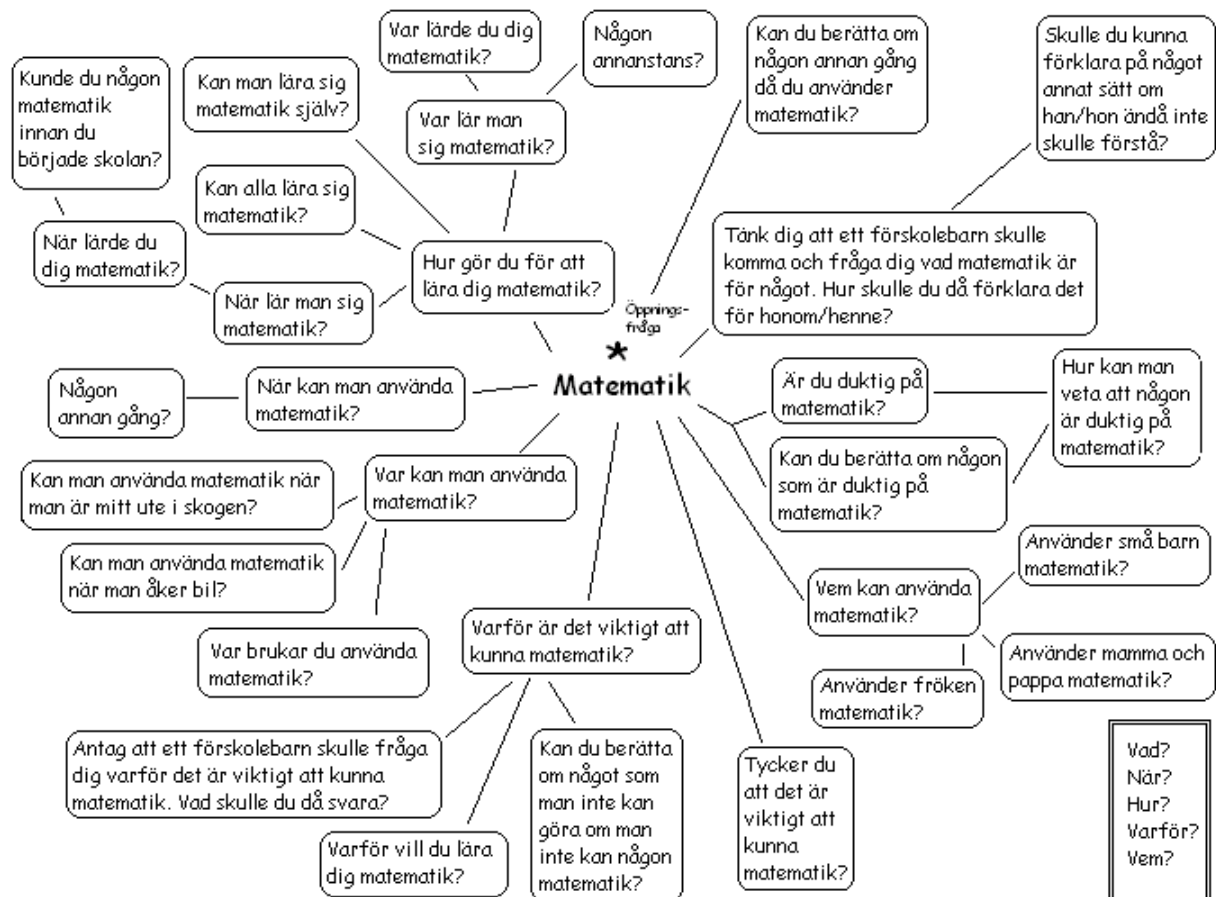
- Larsson, Staffan (1986). *Kvalitativ analys – exemplet fenomenografi*. Lund: Studentlitteratur.
- Lindqvist, Gunilla (red.) (1999). *Vygotskij och skolan. Texter ur Lev Vygotskijs Pedagogisk psykologi kommenterade som historia och aktualitet*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, Madeleine (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare – elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Göteborg Studies In Educational Sciences 208. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Malmer, Gudrun (2006). *Bra matematik för alla. Nödvändig för elever med inlärningssvårigheter* (Andra upplagan). Lund: Studentlitteratur.
- Marton, Ference & Booth, Shirley (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Nationalencyklopedin (tillgänglig, 2007-12-13). www.ne.se
- Patel, Runa & Davidsson, Bo (2003). *Forskningsmetodikens grunder. Att planera, genomföra och rapportera en undersökning* (Tredje upplagan). Lund: Studentlitteratur.
- Pehkonen, Erkki (2001). Lärares och elevers uppfattningar som en dold faktor i matematikundervisningen. I Barbro Grevholm (red.). *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv* (230-253). Lund: Studentlitteratur.
- Pramling, Ingrid (1995). *Att lära barn lära*. Göteborg Studies In Educational Sciences 70. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Pramling Samuelsson, Ingrid & Sheridan, Sonja (2006). *Lärandets grogrund. Perspektiv och förhållningssätt i förskolans läroplan* (Andra upplagan). Lund: Studentlitteratur.
- Skolverket. (2000). *Grundskola. Kursplaner och betygskriterier. Matematik*. (tillgänglig, 2007-10-30). www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0708&infotyp=23&skolform=11&id=3873&extraId=2087
- Skolverket. (2003). *Lusten att lära – med fokus på matematik* (Skolverkets rapport nr 221). Stockholm: Fritzes.
- Skolverket. (2006). *Läroplanen för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet [Lpo94]*. Stockholm: Fritzes.
- SOU 1992. *Skola för bildning*. Betänkande av Läroplanskommittén. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Strandberg, Leif (2006). *Vygotskij i praktiken – Bland plugghästar och fusklappar*. Stockholm: Norstedts.
- Svenska Akademien (1999). *Svenska Akademiens ordlista över svenska språket* (Tolfta upplagan). Stockholm: Norstedts.
- Säljö, Roger (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.

- Trost, Jan (1997). *Kvalitativa intervjuer* (Andra upplagan). Lund: Studentlitteratur.
- Uljens, Michael (1989). *Fenomenografi- forskning om uppfattningar*. Lund: Studentlitteratur.
- Unenge, Jan (2006). *Människorna bakom matematiken*. Lund: Studentlitteratur.
- Vetenskapsrådet (1990). *Codex. Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. (tillgänglig, 2007-10-30). <http://www.codex.vr.se>
- Vygotskij, Lev (2001). *Tänkande och språk* (Kajsa Öberg Lindsten övers.). Göteborg: Daidalos (Originalarbetet publicerat 1934).
- Wistedt, Inger, Brattström, Gudrun & Jacobsson, Calle (1992). *Att vardagsanknyta matematikundervisningen*. Stockholms universitet: Pedagogiska institutionen.
- Wistedt, Inger, Brattström, Gudrun & Jacobsson, Calle (1993). *Att använda barns informella kunskaper i matematikundervisningen*. Stockholms universitet: Pedagogiska institutionen.
- Wyndhamn, Jan, Riesbeck, Eva & Schoultz, Jan (2000). *Problemlösning som metafor och praktik. Studier av styrdokument och klassrumsverksamhet i matematik- och teknikundervisning*. Linköping: Linköpings universitet, Institutionen för tillämpad lärarkunskap.

Bilagor

Bilaga 1

Intervjuguide



Hej

Mitt namn är Veronica Åhlander. Jag läser för tillfället sista terminen på lärarutbildningen här i Halmstad och är därför i inledningsskedet av mitt examensarbete. Ett examensarbete är en slutgiltig rapport som alla lärarstudenter genomför som avslutning på sin utbildning.

Den fråga jag valt att fokusera på i min rapport är om barns uppfattning av matematik har något samband med deras förmåga att tillägna sig matematiska begrepp. För att undersöka detta planerar jag att genomföra ett antal intervjuer/samtal med elever i skolår 1. Eftersom jag tillbringar mina fem sista praktikveckor med era barn här på x, tycker jag att det skulle vara lämpligt och spännande att även göra mina intervjuer här i klassen. Av den anledningen önskar jag att du/ni ger ert medgivande till detta genom att sätta kryss nederst på pappret och sedan skicka tillbaka denna del i barnets plastficka.

För att situationen inte ska kännas främmande för barnen, kommer samtalen att ske i samband med undervisningen. I min rapport kommer ditt/ert barn att vara fullständigt anonymt. Det som dock kan komma att dokumenteras är barnets kön, samt inom vilket skolår barnet är verksamt. Att undersökningen är gjord i Halmstads kommun kommer att framgå i tryckningen.

Om något känns oklart eller om du/ni har andra funderingar angående samtalen så ring eller maila mig gärna. Mina kontaktuppgifter återfinns nedan. Tack på förhand!

Vänliga hälsningar
Veronica Åhlander

035-21 28 79
070-339 40 51
verahl06@stud.hh.se

Barnets namn _____

- Samtal med mitt/vårt barn får dokumenteras i rapporten.
- Samtal med mitt/vårt barn får inte dokumenteras i rapporten.

Målsmans underskrift _____