Examensarbete
Grundlärare F-3 240 hp

"Lägga till, ta bort och jämföra"

En läromedelsanalys i subtraktion utifrån variationsteorin.

Examensarbete 2, 15 hp

Halmstad 2021-06-23
Emma Bengtsson och Emmy Nilsson
Förord

Under vår verksamhetsförlagda utbildning och under arbetet med examensarbete 1 uppmärksammade vi att elever har svårt med räknesättet subtraktion. Samtidigt har vi även uppmärksammat att matematikundervisningen främst är läromedelstyrd. Detta har väckt tankar om att läroböcker i matematikundervisningen och elevernas svårigheter inom subtraktion kan ha koppling till varandra. Därför ville vi med hjälp av variationsteorin undersöka vilka variationsmönster, kritiska aspekter och kritiska drag som kan urskiljas i utvalda läromedels subtraktionsuppgifter. Under arbetets gång har vi fått djupare kunskaper om hur en läromedelsanalys kan gå till och vikten av att analysera och granska olika läromedel som används i dagens undervisning. Detta kan gynna oss som framtida lärare då vi kan förebygga svårigheter inom subtraktion genom att tydligare kunna se vad vi behöver komplettera i läromedlen.

Det har varit roligt och givande att arbeta tillsammans i båda examensarbeten. Vi har arbetat gemensamt och samarbetat kring att söka forskningspublikationer, analysera läroböcker samt följt varandra genom skrivandet. Emmy har haft mer ansvar över referenshantering och struktur, Emma har haft mer ansvar över skrivande och textbearbetning. Slutligen vill vi tacka vår handledare Ole Olsson för givande handledning och stöttning under hela arbetet.
Innehållsförteckning
1. Inledning ............................................................................................................................................. 1
   1.1 Syfte och frågeställningar .............................................................................................................. 2
2. Bakgrund ............................................................................................................................................... 3
   2.1 Läroplanens bild av framgångsrik matematikundervisning ......................................................... 3
   2.2 Läromedel ...................................................................................................................................... 3
   2.3 Subtraktion .................................................................................................................................... 4
   2.4 Strategier i subtraktion ................................................................................................................. 5
   2.5 Representationsförmen ................................................................................................................ 7
   2.6 Elevers subtraktionsinlärning ...................................................................................................... 8
3. Tidigare forskning .............................................................................................................................. 9
   3.1 Användning av läroböcker i matematikundervisning .................................................................. 9
   3.2 Forskningens syn på lärobokens innehåll och användning .......................................................... 9
   3.3 Möjliga orsaker till elevers val av strategier ......................................................................... 10
   3.4 En sammanfattning av elevers möjliga svårigheter i subtraktion .......................................... 11
   3.5 Forskningsläget .......................................................................................................................... 12
4. Teoretiskt ramverk ............................................................................................................................. 14
   4.1 Variationsteorin .......................................................................................................................... 14
   4.2 Lärandeobjektet .......................................................................................................................... 14
   4.3 Kritiska aspekter och drag ......................................................................................................... 15
   4.4 Variationsmönster ..................................................................................................................... 15
   4.5 Tillämpning av variationsteorin i studien .............................................................................. 16
5. Metod .................................................................................................................................................. 19
   5.1 Val av matematiskt område och teori ...................................................................................... 19
   5.2 Material, urval och avgränsningar ........................................................................................... 19
   5.3 Begränsningar till kritiska aspekter och drag ........................................................................ 21
   5.4 Analysmetod ............................................................................................................................ 21
   5.5 Etiska överväganden .................................................................................................................. 22
   5.6 Validitet och tillförlitlighet .......................................................................................................... 23
   5.7 Metoddiskussion ........................................................................................................................ 23
6. Resultat och analys .............................................................................................................................. 25
   6.1 Analys av inledande uppslag till subtraktion ........................................................................... 25
   6.2 Analys av subtraktionsuppgifter ............................................................................................... 29
7. Resultatdiskussion ............................................................................................................................. 39
   7.1 Kritiska aspekter och drag ......................................................................................................... 39
   7.2 Variationsmönster ..................................................................................................................... 41
8. Slutsats och implikationer ........................................................................................................ 44
  8.1 Slutsats ................................................................................................................................ 44
  8.2 Studiens implikationer ............................................................................................................. 45
Referenslista .................................................................................................................................. 46
  Källmaterial .................................................................................................................................. 46
  Litteratur ....................................................................................................................................... 46
  Internetkällor ................................................................................................................................. 47
Bilagor ............................................................................................................................................... 49
  Bilaga 1 - Meddelande till bokförlagen och svar ........................................................................... 49
1. Inledning

Inom aritmetik är subtraktion ett av de fyra räknesätten som lågstadieelever ska tillägna sig kunskap om. I slutet av årskurs 3 framkommer det i kunskapskraven inom matematik att eleven ska kunna välja och använda sig av skriftliga räknemetoder inom addition och subtraktion mellan heltalsområdet 0–200 (Lgr11, 2019 s. 60). Även i den nya reviderade kursplanen för matematik som kommer att träda i kraft under juli 2022 ska eleverna välja och använda skriftliga räknemetoder inom subtraktion och addition med tillfredsstillande säkerhet (Skolverket, 2021).


1.1 Syfte och frågeställningar
Resultaten i de nationella proven i årskurs 3 och i Löwings (2016, s.196-197) diagnos såväl som den läromedelsstyrd matematikundervisningen internationella och nationella studier visar, leder till studiens problemområde. Det övergripande målet med denna studie blir således att studera läroböcker som kritiska faktorer i matematikundervisningen. Studiens syfte är att analysera tre olika läromedelsböcker för höstterminen i årskurs 3 inom matematik, utgivna på tre olika förlag. Genom en kvalitativ läromedelsanalys undersöks hur dessa läromedel framställer räknesättet subtraktion, vilka variationsmönster samt vilka valda kritiska aspekter och drag utifrån tidigare forskning som kan urskiljas i läroböckerna. Vidare undersöks hur dessa kan sättas i relation till lärande i subtraktion. De frågeställningar som studien kommer att utgå från blir därmed:

- Vilka möjliga kritiska aspekter och drag samt variationsmönster kan urskiljas i utvalda matematikläromedel inom subtraktion?
- Hur kan de möjliga kritiska aspekterna och dragen samt variationsmönster påverka lärandet i subtraktion?
2. Bakgrund

Bakgrunden i detta arbete riktar in sig på matematikundervisning, läromedel och räknesättet subtraktion. Till att börja med lyfts läroplanens bild av matematikundervisning fram följt av en introduktion av läromedel, eller matematikläroböcker. Begreppet subtraktion definieras och förklaras, räknesstrategier inom subtraktion samt subtraktionens representationsformer lyfts fram och därefter berörs elevers subtraktionsinlärning. Detta görs med hjälp av den aktuella läroplanen för grundskolan, internationella och nationella granskningar, litteratur och tidigare forskning.

2.1 Läroplanens bild av framgångsrik matematikundervisning


2.2 Läromedel


2.3 Subtraktion

1. Den första uppfattningen som kallas för ”lägga till” har grunden av en öppen additionsutsaga och kan se ut som följande: ”Peter ska måla 10 stolpar. Han har hunnit måla 4 stycken stolpar. Hur många stolpar har han kvar att måla?” För att lägga till räknar eleverna från hur många stolpar Peter har målat, vilket var 4 stycken. Därefter
räknar de upp till antalet som skulle målas som var 10 stycken. Skillnaden blir då svaret på hur många stolpar Peter har kvar.


Löwing (2017, s.91) förklarar att det är betydelsefullt att lärarna visar olika synsätt och uppfattningar av subtraktion, särskilt när det kommer till val av lämplig metod till vardagsproblem. Skribenten hävdar att de olika sätten att räkna subtraktion kommer ge samma svar, oberoende av varandra. Men i vissa fall kan en strategi vara enklare än andra att använda i beräkningen. Den som behärskar räkneregler, räknelagar och har kunskap om olika variationer på strategier kan hitta alternativa vägar som förenklar ett problem till enkla beräkningar. Denna förmåga kan byggas upp och tränas med hjälp av huvudräkning menar Löwing.

2.4 Strategier i subtraktion


2.4.1 Algoritmer

Algoritmer är färdiga metoder som kan användas vid skriftliga räknemetoder. Syftet med algoritmer är att underlätta vid lösning av svåra uppgifter genom att göra deloperationer (Löwing, 2017 s.129). Löwing skriver att det finns större möjlighet i att bygga upp olika algoritmer inom subtraktion än addition (s.140). Det är på grund av de tre strategierna som nämndes tidigare: “lägga till”, “ta bort” och “jämföra (Kilborn, 2002 s.39). Löwing (2017,
förklarar att räknesättet subtraktion är mer komplicerat än räknesättet addition när det kommer till tiotalsövergångarna. Anledningen till att subtraktion är mer komplicerat är exempelvis när det behöver göras en växling (tiotalsövergång) så finns det olika metoder att genomföra växlingen på, samtidigt som många lärare och elever har en brist på medvetenhet av denna mångfald. Johansson (2011, s.51) beskriver att den vertikala uppställningen är en algoritm som oftast introduceras för eleverna i årskurs 3:

1. “Den vertikala uppställningen” innebär att eleven arbetar från höger till vänster vilket innebär att eleven börjar med entalen, går vidare till tiotalen och så vidare. Vid uppställning av 643–121 börjar eleven med 3–1, går vidare till 4–2 och till sist 6–1. Talsorterna behandlas i denna strategi var för sig.


Vidare förklarar Löwing (2017, s. 142) att det finns tre olika sätt att subtrahera i uppställning vilka är: “lånemetoden, “utfyllnadsmetoden” och “likatilläggsmetoden”:

1. “Lånemetoden” är den traditionella lånemetoden i Sverige, som innebär att ett tiotal växlas till tio ental.

2. “Utfyllnadsmetoden” bygger på att ett tiotal växlas till tio ental och därefter görs en kvittning, där de tio entalen subtraheras med det som skulle subtraheras. Differensen adderas till den term som var för låg (Löwing, 2017 s.144).


2.4.2 Huvudräkning

2. “Räkna från första” innebär att eleven direkt börjar på minuenden och räknar en och en baklänges på subtrahenden. Vid exempelvis 8–3 börjar eleven på åtta för att sedan räkna nedåt i tre steg “sju, sex, fem” med hjälp av fingrarna. Den siffra eleven landar på är differensen, i detta fall fem.


4. “Kunna tabellen” innebär att eleven direkt tar svaret från minnet inom 2–3 sekunder.

2.5 Representationsformer

2.5.1 Ord och språk

2.5.2 Bild
Bilder representerar verkliga händelser genom bilder av olika slag och verbala formuleringar. Vidare förklarar Roos och Trygg (2018, s.10) att vissa representationsformer exempelvis bild, laborativt material och matematiska symboler inte blir lika meningsfulla om de står på egna ben utan behöver ingå i ett system som innehåller olika representationsformer. Ahlberg (1995, s.78–79) hävdar att bilder ger eleverna en begreppslig förståelse av det matematiska innehållet. När eleverna ritar bilder i sina matematiska uträkningar kan de se problemet i ett nytt perspektiv vilket i sin tur kan medföra att de får en förändrad förståelse av problemet.
2.5.3 Matematiska symboler
För att eleverna ska bli bekanta med det matematiska symbolspråket och koppla det med sitt vardagspråk behöver eleverna reflektera över vad det är som uttrycks samt hur det uttryckts i det formaliserade matematiska symbolspråket (Ahlberg, 1995, s.73). Roos och Trygg (2018, s.5) förklarar att symboler kan vara siffror som 1 och 0 samt fem prickar på två tärningar, båda representerar talet tio men på olika sätt. Vidare förklarar skribenterna att symboler kan också förekomma både i tal och skrift (s.8). Att siffror används när elever arbetar med tal innebär att siffran står istället för själva talet. Eleven kan då inte se talet men förväntas associera siffran med det.

2.5.4 Situationer och laborativt material

2.6 Elevers subtraktionsinlärning
3. Tidigare forskning
I detta avsnitt tas relevant tidigare forskning upp i relation till studiens frågeställningar. Inledningsvis får läsaren ta del av tidigare forskning kring användning av läroböcker i matematikundervisningen, därefter forskningens syn på matematikböckers innehåll och användning, möjliga orsaker till elevers val av subtraktionsstrategier och slutligen en sammanfattning av elevers svårigheter inom räknesättet subtraktion. Avsnittet avslutas med en analys av den forskning som tas upp.

3.1 Användning av läroböcker i matematikundervisning

På grund av att läroboken har det stora inflytandet i matematikundervisningen som nämns ovan berättar Johansson (2007, s.50) att lärare måste ha en medvetenhet kring hur de använder läroboken samt vara överlägsen läroboken och inte tvärtom. Pansell och Bjorklund Boistrup (2018, s.559) hävdar att även om läroboken används som en huvudkälla i undervisningen bestämmer den inte nödvändigtvis vad som lärs ut eller hur innehållet lärs ut.

3.2 Forskningens syn på lärobokens innehåll och användning
I Holmberg och Ranagården (2016, s.230) studie ser deltagande lärande en problematik i att läroböcker inom matematik är konstruerade på ett abstrakt sätt och att läroböckerna därmed blir otillräckliga och behöver kompletteras. Brändström (2005) baserar sin analysstudie på tre svenska läroböcker i matematik och har i syfte att ta reda på hur eleverna utmanas och stimuleras i sitt lärande. Studien visar att läroböckerna har liknande strukturer (s.57) samt att mer än hälften av analyserade böcker inte har någon bild kopplad till uppgifterna (s.62). Detta hävdar forskaren Brändström är en viktig och central del när eleverna lär sig matematik (s.73).
Brändström kommer i sin studie fram till att uppgifterna i läroböckerna berörde flera olika kognitiva nivåer på utmaningar. Däremot berörde majoriteten av uppgifterna en låg kognitiv utmaning och endast få uppgifter en hög kognitiv utmaning vilket är då eleverna får möjlighet till att utveckla sitt matematiska tänkande. Av denna anledning hävdar Brändström att läraren behöver ha en medvetenhet i sin planering av matematikundervisning kring vilken lärobok som används samt vilka uppgifter eleverna arbetar med för att kunna utmana och stimulera eleverna (s.66).


3.3 Möjliga orsaker till elevers val av strategier
3.4 En sammanfattning av elevers möjliga svårigheter i subtraktion
Elevers svårigheter inom räknesättet subtraktion är varierande och förekommer inte endast vid användning av en strategi eller situation utan vid olika strategier och situationer.

3.4.1 Huvudräkning

3.4.2 Uppställning
Vid användning av metoden uppställning ser Seely Brown och Burton (1978, s.163) i sin studie där de undersökte 1300 elever i årskurs 4–6 att eleverna upplevde flera svårigheter när de använde metoden. Dels kommer forskarna fram till att eleverna ofta har missförstått hur lån vid uppställning gå korrekt till vid subtraktionsräkning och det förekommer även flera olika problem vid dessa tillfällen. Ett vanligt exempel på fel vid uträkningar var att elever subtraherade minuenden från subtrahenden oavsett vilken som var överst i uppställningen, därmed genomfördes inget lån vilket resulterade i fel svar. Även Mundia (2012, s.353) såg detta i sin studie där forskaren undersökte 29 elever i årskurs 4 med fokus på svårigheter inom matematik. En annan form av fel som elever kunde göra vid uppställning som Mundia upptäckte var att om den översta siffran i en kolumn var 0, kunde eleven skriva siffran nedanför som svar. Ibland kunde även eleven skriva siffran 0 som svar om den översta siffran i en kolumn var 0. Vidare kom forskaren fram till att elever inte tycktes förstå relationen mellan ental, tiotal och hundratal, att elever inte hade förmågan till att genomföra en operation med tal som innehöll två eller tre siffror, att elever upplevde svårigheter med siffran noll, att elever kunde hantera varje kolumn i en uppställning som ett separat problem samt att elever hade svårt för att subtrahera tvåsiffriga tal från tresiffriga.

3.4.3 Sambandet mellan addition och subtraktion
Lindvall och Gibbons Ibarra (1980, s.60) undersökte felaktiga strategier för addition och subtraktion i årskurserna 1 och 2. I denna studie upptäckte de att elever har svårt för dolda tal i subtraktion som exempelvis a–4=3. Det vanligaste felet här var att eleverna tog de två tal som fanns och subtraherade det lilla talet från det stora: 4–3=1. I en senare studie upptäckte forskarna att eleverna har ännu svårare för att lösa dolda tal när det är den första termen som är dold eller när uträkningen är på höger sida om likamedstecknet jämfört med vänster sida. Ett
vanligt fel eleverna gör när likamedstecknet är på höger sida är att läsa uträkningen från höger till vänster. När eleverna räknade ut $4=7-a$ läste eleverna talet som “något minus 7 är lika med 4” vilket ledde till fel uträkning.

I en ytterligare studie undersökte Nunes, Bryant, Hallet, Bell och Evans (2009, s.61–62) 100 elever i åldrarna fem till nio år för att undersöka förståelsen av sambandet mellan addition och subtraktion. De förklarar att räknesätten kan ses som omvända operationer. Elever kan exempelvis få lära sig att $a+b=c$ och sedan få frågan vad $c-a$ blir. Forskarna hävdar att steget från den första formen av operation till den andra är svårbegripligt för eleverna i de lägre åldrarna. Vidare påstår Nunes m.fl. (2009 s.61, 76–77) att förståelsen mellan räknesätten addition och subtraktion hänger ihop med hur tal delas upp i termer. De kommer fram till att elever behöver ha en god förståelse för sambandet mellan räknesätten för att både kunna subtrahera och addera effektiv.

3.4.4 Den kommutativa lagen

3.5 Forskningsläget

Lärarna som intervjuades i Holmberg och Ranagården (2016) studie ansåg att uppgifterna i läromedlen är för abstrakta för eleverna och behöver kompletteras, vilket de tycker är problematiskt. Även Brändströms (2005) läromedelstudie visar att läroböckerna var utformade

4. Teoretiskt ramverk

4.1 Variationsteorin

4.2 Lärandeobjektet
Voon, Wong, Looi och Chen (2019, s.4) definierar lärandeobjektet som processen till lärande. Forskarna berättar vidare att ett lärandeobjekt inte är ett fysiskt föremål utan det är målkonceptet, fenomenet eller upplevelsen i en lärande händelse. Lo (2014, s.34) beskriver att ett lärandeobjekt är något som syftar på vad eleverna behöver lära sig för att nå de önskade lärandemålen. Lärandeobjektet pekar därem på vad det är eleverna lär sig och är något som är dynamiskt samt förändras under undervisningens och lärandets gång. Genom att medvetet variera vissa kritiska aspekter av ett fenomen samtidigt som andra aspekter hålls oförändrade skapas ett utrymme av variation som kan uppmärksamma de kritiska aspekterna för eleverna vilket i sin tur gör det möjligt för eleverna att uppleva lärandeobjektet (Voon m.fl., 2019). Lo (2014) förklarar att lärarens förmåga av att identifiera kritiska drag samt förmåga att skilja dem, har en direkt inverkan på elevens möjlighet att lära sig nya kunskaper eller inte. Läraren har därmed en möjlighet till att förbättra elevernas egen möjlighet till att lära, däremot avgörs

4.3 Kritiska aspekter och drag


4.4 Variationsmönster

4.4.1 Kontrastering, separation, generalisering och fusion


4. **Fusion.** I variationsteorin innebär fusion att variationsmönster och kritiska aspekter varieras samtidigt med varandra. När två aspekter varierar samtidigt, medan övriga drag behålls oförändrade, leder det till samtidig variation av de två aspekterna. Elever kan med sådana mönster urskilja förhållandet mellan två dimensioner av variation vilket är ett exempel på fusion. (Lo, 2014, s.125) För att till exempel göra det möjligt för elever att förstå de två kritiska aspekterna av minuend och subtrahend för att bestämma värdet av subtraktion kan läraren variera både minuend och subtrahend samtidigt så som 4–2, 5–3 och så vidare (Olteanu och Olteanu, 2010, s.809).

4.5 Tillämpning av variationsteorin i studien
I denna studie är lärandeobjektet subtraktion. I tidigare forskning nämns svårigheter som elever upplever när de räknar med räknesättet subtraktion vilket kommer att benäms som kritiska aspekter och drag för subtraktsionsläring. De kritiska aspekter som tas upp i denna studie är sambandet mellan addition och subtraktion samt den kommutativa lagen. Kopplat till den kritiska aspekten beräkningsstrategier är huvudräkning och uppställning kritiska drag. När det kommer till studiens frågeställningar som handlar om vilka kritiska aspekter som synliggörs i utvalda delar och uppgifter i läromedlen samt vilka variationsmönster som kan urskiljas, kommer det göras en ansats till att analysera detta med hjälp av variationsteorin kopplat till tidigare forskning och studiens bakgrund.
4.5.1 Kritiska aspekter och drag kopplat till subtraktion

Olteanu och Olteanu (2010, s.808) talar om fem aspekter elever måste kunna urskilja för att lära sig subtraktion: att differensen inte är en mängd utan det är en relation, att kvantiteter och tal inte är detsamma, att addition och subtraktion är reversibla handlingar, att framställa nummerorden i konstant ordning vid uträkning och att det sista talet du räknar är antalet objekt i uppsättningen. Skribenterna förklarar däremot att alla dessa aspekter inte är kritiska aspekter eftersom en kritisk aspekt av ett inlärningsobjekt bidrar till en viss betydelse i elevers medvetenhet och behöver urskiljas för att utgöra en betydelse. Det är endast de kritiska aspekterna som är viktiga för elevernas inlärning.

4.5.1.1 Sambandet mellan addition och subtraktion


4.5.1.2 Den kommutativa lagen gäller inte i subtraktion

4.5.1.3 Huvudräkning och uppställning inom subtraktion

5. Metod
I detta avsnitt presenteras studiens tillämpande tillvägagångssätt. Val av matematiskt område och teori, insamlingsmetod med dess urval och avgränsningar. Läromedlen som används och analyseras i studien beskrivs kortfattat och därefter beskrivs studiens metod, validitet och trovärdighet, etiska principer som följs av en diskussion.

5.1 Val av matematiskt område och teori

För att få en djupare förståelse för variationsteorin har sökningar efter relevant litteratur och vetenskapliga artiklar gjorts. De vetenskapliga artiklarna hittades genom systematiska sökningar via högskolans databaser Swepub och ERIC. Sökorden som användes under sökprocessen var exempelvis ord som; subtraction, variation theory, critical aspect, subtraktion, variationsteorin, kritisk aspekt.

5.2 Material, urval och avgränsningar
Urval av matematikläroböcker gjordes utifrån de läroböcker som fanns tillgängliga eller användes på praktikplatser och arbetsplatser, detta för att läroböckerna skulle vara aktuella i verksamheter. Till studien valdes läroböcker som är anpassade för årskurs 3, på grund av den större möjligheten till att analysera mångfald av subtraktionsstrategier. Tre olika matematikläroböcker för årskurs 3 valdes, varav alla tre består av två delar: del A för höstterminen och del B för vårterminen. De tre läroböcker som blev material för analysprocessen är de som är för höstterminen i årskurs 3 (3A). Kravet vid urvalet av läroböckerna var att de skulle vara utgivna efter 2011 för att vara en konkretisering av den nuvarande läroplanen, Lgr11. Orsaken till att inte ännu fler läroböcker användes var på grund av att studien hade riskerat att bli för omfattande. Genom att använda fler än en ges dock möjligheten till att jämföra de olika läroböckerna för samma årskurs och ge analysen bredd. På detta vis går det att se om det förekommer någon skillnad mellan hur de olika läroböckerna framställer räknesättet subtraktion och lösningsstrategier i subtraktion. Nedan sammanfattas kort information om de valda läromedelsböckerna:
5.2.1 Favorit matematik 3A

5.2.2 Prima matematik 3A

5.2.3 Eldorado grundbok 3A
5.3 Begränsningar till kritiska aspekter och drag

I denna studie kommer lärandeobjektet vara räknesättet subtraktion då det är det som sätts i relation till lärande och det matematiska område som studien behandlar. Studiens kritiska aspekter blev sambandet mellan addition och subtraktion, den antikommutativa lagen samt huvudräkning och uppställning på grund av att tidigare forskning visar att elever upplever svårigheter med att förstå dessa aspekter. Den kritiska aspekten huvudräkning och uppställning blev i sin tur ett kritiskt drag eftersom dessa består av olika subtraktionsstrategier vilket är dragen i aspekten. Sambandet mellan addition och subtraktion samt den antikommutativa lagen består även de av kritiska drag men kommer i denna studie behandlas som kritiska aspekter på grund av att de på detta sätt blev tydligare att urskilja i läroböckerna som helhet medan huvudräkning och uppställning var tydligare att urskilja i sina delar. Anledningen till att de kritiska aspekterna och dragen baserades på den tidigare forskningen var för att arbetet inte skulle bli för stort och för att analysen skulle begränsas.

5.4 Analysmetod

Eriksson Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s.146–148) nämner de olika analystraditioner inom kvalitativa metoderna som exempelvis innehållsanalys. För att besvara studiens frågeställning används innehållsanalys som analysmetod. En innehållsanalys innebär att undersöka textinnehåll noggrant genom att tolka och jämföra och på så sätt skapa förståelse kring innehållet. Denscombe (2016, s.392) beskriver att en innehållsanalys kan tillämpas på olika typer av texter, förenklar analysarbetet samt bidrar till en struktur i detta fall till läromedelsanalysen.


5.4.1 Beskrivning av analysmetod

Denna studie innehåller en analys av de valda läroböckernas inledande arbete med subtraktion och utvalda subtraktionsuppgifter för att ge en helhetsbild av hur räknesättet subtraktion introduceras och behandlas. Den valda teorin, variationsteorin, fungerade som studiens analysverktyg genom att den reflekteras i frågeställningen och var utgångspunkten i analysen. I studien valdes delar ur läromedelsböckerna till analysen. Först analyserades läroböckernas inledande arbete med subtraktion och därefter utvalda delar i läroböckerna. Läroböckernas inledande arbete med subtraktion och de utvalda subtraktionsuppgifterna analyserades utifrån kritiska aspekter och drag samt variationsmönstret med tillhörande begrepp: kontrastering, separation, generalisering och fusion (Lo, 2014). Nedan följer stegen i analysarbetet:
1. **Analys av läroböckernas inledande arbete med subtraktion.**

2. **Analys av utvalda subtraktionsuppgifter i läroböckerna**
Analysens andra del fokuserar på hur utvalda subtraktionsuppgifter i läroböckerna. I denna del var syftet att lyft fram kritiska aspekter och drag. Detta gjordes genom att lyfta fram subtraktionsuppgifter där de kritiska aspekterna från det teoretiska ramverket kunde urskiljas från varje lärobok. Därefter undersöks uppgifterna vidare genom att kolla efter de variationsmönster som kunde urskiljas i uppgifterna.

Insamlingen av empiri och analysen placerades i egna tabeller för att underlättta processen att dokumentera och analysera empiri. I varje läromedel analyserades subtraktionsuppslagens innehåll, struktur och samspel mellan olika representationsformer. Efter insamlingen av empirin valdes delar ut som kunde besvara studiens frågeställning. Delarna kunde vara sådant som förekom frekvent och sådant som inte förekom alls. Detta kan tas del av i studiens resultatdel där delar från varje läromedelsbok presenteras och analyseras var för sig.

5.5 **Etiska överväganden**
5.6 Validitet och tillförlitlighet

5.7 Metoddiskussion
Metoden som har används för att besvara studiens frågeställningar har bestått av olika steg. I det inledande arbetet valdes tidigare forskning ut som bedömdes relevant för studiens ämne och granskades. Relevant tidigare forskning bedömdes vara forskning som berörde läromedel, subtraktionsinlärning och uppmärksammade svårigheter inom subtraktion i tidig ålder. Återkommande faktorer i forskningen valdes att användas till att beskriva forskningsläget. De vetenskapliga artiklar som används i studien är i ett begränsat antal och därmed utgör dessa enbart några av de möjliga faktorerna som finns inom forskningen. De upplevda svårigheter inom subtraktion som tas upp i den tidigare forskningen är svårigheter som kan upplevas av en elev men inte nödvändigtvis av en annan. Till studien valdes tre läromedelsböcker ut som aktivt används i skolverksamheter och är utarbetade efter den nuvarande läroplanen Lgr11 (2019).

Läromedelsanalysen gjordes utifrån en process som bestod av två steg där en utgångspunkt var att använda ett objektivt förhållningssätt för att upptäcka flera aspekter kring läromedelsböckerna. Att försaka egna tolkningar vid urval av uppgifter där kritiska aspekter och drag samt variationsmönster kunde urskiljas var däremot oundvikligt. Analysen av läromedelsböckerna gjordes om flera gånger för att säkra resultatet samt för att upptäcka flera aspekter och variationsmönster. En viktig aspekt att ta hänsyn till är att denna studie har fokuserat på delarna 3A av läromedelsböcker som är anpassade för att arbeta med under höstterminen i årskurs 3. Det finns ingen medvetenhet kring hur de andra läromedelsböckerna från tidigare eller senare årskurser berör subtraktion och de kritiska aspekter och drag samt variationsmönster som benämns i denna studie.Även tillhörande lärarhandledning där det kan förekomma åtgärder för de kritiska aspekterna och dragen som inte kan urskiljas har inte analyserats. Därmed kan svagheterna som har uppkommit i analysen kompletterats eller blir kompletterade i de andra läromedelsböckerna från respektive förlag.
6. Resultat och analys

6.1 Analys av inledande uppslag till subtraktion
I kommande avsnitt presenteras resultatanalysen av läroböckernas inledande uppslag till subtraktion. Först ges en kort beskrivning av uppslaget följt av analys där kritiska aspekter och drag samt variationsmönster som går att urskilja på uppslagen tas upp.

6.1.1 Favorit matematik 3A

![Figuur 1: inledande uppslag av kapitel 1, avsnitt 1, s.6, Favorit matematik 3A (Karppinen, Kiviluoma, Urpiola, 2018).](image)

6.1.2 Favorit matematik 3A - Analys av inledande uppslag vid subtraktion
Där subtraktion först introduceras i Favorit matematik 3A går det att urskilja kritiska aspekter. Till en början går det att urskilja den kritiska aspekten sambandet mellan addition och subtraktion på uppslaget. Detta kan urskiljas eftersom det används exempel på uträkningar i både addition och subtraktion. Däremot förklaras inte sambandet utan det syns genom att räknesätten presenteras. Med hjälp av pedagogiskt stöd i form av exempelvis genomgång, samtal eller modellering kan detta samband förklaras tydligare för eleverna. Den antikommutativa lagen kan urskiljas då de båda uttrycken tillsammans utgör möjligt att


6.1.3 Prima matematik 3A
I *Prima matematik 3A* möter eleverna subtraktion i kapitel 4. I föregående kapitlen och sidor i boken får eleverna bland annat träna på räknesätten multiplikation, division och addition samt på statistik och klockan. Det första uppslaget i vilket eleverna introduceras för räknesättet subtraktion består av en informationsruta och en räkneuppgift. På den förgående sidan i läroboken finns huvudräkningsuppgifter som kommer analyseras senare (figur 10). I informationsrutan får eleverna sätta sig in i räknesättet subtraktion med hjälp av uppställningsuppgifter inkluderade i rutnät med tillhörande symboler, text och bild. Symbolerna består av pilar som visar plats för tiotal och ental, siffror, subtraktionstecken och övriga markeringar som förekommer vid uppställning med växling. Texten är beskrivningar av de olika stegen eleverna ska tänka på vid en uppställning. Eleverna får först ta del av en uppställning med matematiska symboler och stegvis följa uträkningen och därefter ta del av samma uppställning med matematiska symboler i kombination med bilder av mynt.

Efter informationsuppgiften kommer en räkneuppgift som först introduceras med en instruktion där det framgår att eleverna ska räkna ut differensen och gärna använda mynt i sin uträkning. Därefter får eleverna uppgiften i skriftlig form och i form av en uppställning med tillhörande bilder av mynt och en prissatt glass. Eleverna förväntas läsa uppgiften, räkna ut uppställningen och skriva svaren, differensen, vid sidan av uppställningen. Som det framkommer i uppgiften ska eleverna ta del av bilderna på mynten.

6.1.4 Prima matematik 3A - Analys av inledande uppslag vid subtraktion

Den kritiska aspekten sambandet mellan addition och subtraktion kan inte urskiljas i den första introduceringen av subtraktion eftersom additionsuppställning introduceras långt fram i boken och subtraktionsuppställning långt bak. Därmed introduceras uppställning inom räknesätten var för sig vilket bidrar till att sambandet mellan räknesätten avgränsas. Inte heller den kritiska aspekten antikommutativa lagen går att urskilja eftersom det inte är något som förklaras eller ges exempel på. I uppställningen går det att utläsa att det största talet är subtrahenden och det minsta är minuenden vilket kan uppmärksammas. I introduceringen till uppställning används två uppställningar varav den ena innehåller matematiska symboler och den andra innehåller representationsformen bild i form av mynt för att konkretisera vad som sker stegvis i en uträkning med strategin. I uppställningen visas subtrahenden med mynt och minuenden med siffror. Ett kritiskt drag i uppställningen som visar uträkningen med mynt kan vara att det enbart visas delvis med mynt och delvis med matematiska symboler. Uträkningen skulle eventuellt kunna bli tydligare om hela uppställningen var uppbyggd med mynt. På så vis hade eleverna fått en verklig bild av växling med subtraktion kopplat till att växla pengar vilket även hade kunnat påverka urskilningen av variationsmönstret generalisering.


6.1.5 Eldorado grundbok 3A

I Eldorado grundbok 3A:s inledande kapitel får eleverna inledningsvis arbeta med talsorter, talraden och addition. I kapitlet därefter får eleverna träna på att räkna subtraktion med huvudräkning och uppställning. På uppslaget där subtraktion introduceras får eleverna ta del av en dialogbild där olika barn eller elever ger exempel på olika räknemetoder som kan användas i subtraktion och ett exempel på uppställning med addition. Till uppslaget finns instruktionen att eleverna ska diskutera de olika räknemetoderna.

6.1.6 Eldorado grundbok 3A - Analys av inledande uppslag vid subtraktion


På den inledande sidan kan ett variationsmönster urskiljas vilket är kontrast. Detta eftersom det förekommer ett uppställningsexempel med addition varav räknesättet sätts i ett sammanhang där det kan användas för att kontrollräkna en subtraktsionsuppgift. På detta vis får eleverna se
additionstecknet i samband med introduktion av subtraktionstecknet vilket ger eleverna möjlighet till att förstå vad subtraktion inte är. Genom detta får eleverna möjlighet till att diskutera sambandet mellan räknesätten. Utöver detta exempel sätts inte subtraktion i en situation där eleverna får möjlighet till att se och förstå sambandet mellan addition och subtraktion vilket räknas som en kritisk aspekt. Genom att låta eleverna få genomföra en samtalsövning som introduktion till räknesättet subtraktion blir eleverna själva insatta i räknesättet och kan tillsammans få förståelse för möjliga kritiska aspekter. Som påminnelse för eleverna att dela med sig av varandras tidigare erfarenheter av räknesättet subtraktion och bygger vidare på dessa vilket även det tyder på en kontrastering.


6.2 Analys av subtraktionsuppgifter
I denna del presenteras resultatet av analysen i steg två. Här lyfts de delar i läroböckerna fram som tar upp räknesättet subtraktion. Inledningsvis kommer en tabell som sammanställer antalet uppgifter i respektive lärobok där de kritiska aspekterna som lyfts fram i tidigare forskning går att urskilja. Därefter kommer utvalda uppgifter från läroböckerna presenteras där de kritiska aspekterna och dragen kan urskiljas. Även variationsmönster som kan urskiljas i de utvalda läroböckerna och uppgifterna kommer lyftas fram.

### Övergripande innehåll kritiska aspekter - antal uppgifter i hela boken

<table>
<thead>
<tr>
<th>Kritiska aspekter</th>
<th>Favorit matematik 3A</th>
<th>Prima matematik 3A</th>
<th>Eldorado grundbok 3A</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Sambandet mellan addition och subtraktion</td>
<td>4 stycken</td>
<td>1 styck</td>
<td>3 stycken</td>
</tr>
<tr>
<td>Antikommutativ</td>
<td>2 stycken</td>
<td>1 styck</td>
<td>6 stycken</td>
</tr>
</tbody>
</table>

6.2.1 Favorit matematik 3A - analys av kritiska aspekter
I läromedlet Favorit matematik 3A finns det totalt 52 antal uppgifter som behandlar räknesättet subtraktion. I samband med att eleverna introduceras för räknesättet subtraktion, introduceras även eleverna för räknesättet addition. Genomgående i läroboken varvas det uppgifter med de
två räknesätten växelvis. Antingen förekommer det uppgifter där eleverna ska använda båda räknesäten eller så förekommer båda räknesäten i separata uppgifter i ett avsnitt. Om inte detta så är det ungefär vartannat avsnitt som fokuserar på addition och vartannat på subtraktion. I läroboken går det att urskilja fyra uppgifter där den kritiska aspekten sambandet mellan addition och subtraktion tydligt går att urskilja. I läroboken förekommer tre uppgifter med dolda tal där eleverna automatiskt kan använda sig av räknesättets invers för att lösa uppgifterna. Däremot förekommer inte sambandet mellan räknesätten på något annat tydligt sätt i andra uppgifter eller i samband med någon förklaring.

T.h.: Figur 5: Addition- och subtraktionsuppgifter med dolda tal, s.21, Favorit matematik 3A (Karppinen, Kiviluoma, Urpiola, 2018).


Den kritiska aspekten antikommutativa lagen kan urskiljas i figur 5 på grund av att eleverna får se additionsuttryck där den kommutativa lagen framgår samtidigt som eleverna även får se subtraktionsuttryck som visar att den kommutativa lagen inte gäller i subtraktion. Genom detta kan eleverna få möjlighet till att förstå viken av att placera termerna i rätt ordning när de använder räknesättet subtraktion och att termernas ordning inte spelar någon roll vid en addition. Däremot förekommer inte uppgifter där eleverna får träna på att placera in termer i rätt ordning på egen hand, vilket kan vara något en pedagog kan behöva komplettera.

De kritiska dragen huvudräkning och uppställning kan urskiljas eftersom det förekommer beskrivningar av strategierna. I läromedlet får eleverna möta subtraktion med huvudräkning i 35 uppgifter och uppställning i 17 uppgifter, men variationen av olika strategier inom huvudräkning eller uppställning benämns eller visas inte tydligt. I första kapitlets inledande avsnitt introduceras eleverna för en strategi som behandlar stegvis bakåtträkning. I avsnitt 4 möter eleverna subtraktion med hjälp av hundratavlan som bygger vidare på det tänk eleverna.
tidigare mött. På så vis blir det en vidareutveckling genom att eleverna konkret använder strategin på hundratavlan. Skillnaden mellan bakåträkningen i introduktionen och bakåträkning med hundratavlan är att hundratavlan kan kopplas till ett drag som skiljer sig från introduktionens bakåträkning, då de använder en bild som hjälpmedel.


6.2.2 Favorit matematik 3A - variationsmönster
I de delar läromedlet Favorit matematik 3A behandlar räknesättet subtraktion går det att urskilja variationsmönster. Genomgående i läromedlets första kapitel går det att urskilja variationsmönstret kontrast eftersom det behandlar både räknesättet addition och subtraktion. I samtliga 24 avsnitt som subtraktion finns med i, finns även additionsuppgifter där båda räknesätten kan varva varandra i uppgifterna. På så vis får eleverna se vad subtraktion är och inte är. Det är inte enbart subtraktion i sig som kontrasteras, utan eleverna får behandla sambandet mellan addition och subtraktion genom att de får möjlighet att öka sin förståelse för

T.v.: Figur 6: Subtraktion med hjälp av hundratavla, s.18, Favorit matematik 3A (Karppinen, Kiviluoma, Urpiola, 2018).
T.h.: Figur 7: Subtraktionsuppgifter med hjälp av en tallinje, s.21, Favorit matematik 3A (Karppinen, Kiviluoma, Urpiola, 2018).
exempelvis invers och de får behandla den kommutativa och antikommutativa lagen samtidigt vilket även det tyder på kontrastering.

Variationsmönstret separation kan dels urskiljas genom kontrasteringen som förekommer eftersom subtraktion i sig separeras från ett annat räknesätt. Separation kan även urskiljas genom generalisering i uppgifter där eleverna exempelvis möter uttryck där en aspekt är konstant, liksom den uppgift som visas i figur 8. I detta fall är subtrahenden konstant och minuenden varierar. Även addition förekommer i uppgiften där termen till vänster om additionstecknet är konstant och den till höger om tecknet varierar.


6.2.3 Prima matematik 3A - Analys av kritiska aspekter

I en uppgift (figur 11) uppmuntras eleverna till att använda sig av en tallinje som stöd när de ska lösa huvudräkningsuppgifter. Att använda tallinjen till att lösa subtraktionsuttryck med hjälp av en tallinje kan ses som en strategi, därmed blir denna uppgift första mötet med en konkret strategi som uppmuntrar till de tidigare nämnda strategierna: bakåtraîning, uppräkning eller att se svaret direkt. Eftersom det inte arbetas med att lära ut eller uppmärksamma olika strategier som kan användas vid subtraktion blir därmed det kritiska draget huvudräkning svårt att urskilja. Det kritiska draget uppställning går att urskilja genom att läroboken lyfter fram uppställning i en genomgång och med hjälp av olika representationsformer (se figur 2 och 3). Däremot är det få uppgifter där eleverna får träna på strategin och det är endast en form av uppställningsstrategi med växling som tas upp i läromedlet. Därmed blir det kritiska draget uppställning svagt urskilt och det är istället huvudräkning och uppställning som aspekt som går att urskilja.

![Figur 12: Skriv färdigt räkneuppgifterna, s. 123, Prima matematik 3A (Brorsson, 2013).](image-url)

6.2.4 Prima matematik 3A - Variationsmönster
I läroboken går det att urskilja variationsmönstret kontrast i de valda uppgifterna i figur 10 och 11 eftersom det förekommer olika räknesätt. Här kontrasteras räknesättet subtraktion mot addition, multiplikation och division vilket skapar förutsättning för att öppna en dimension av variation för vad subtraktion är och inte är. Genom att eleverna får uppleva och använda fyra olika räknesätt i samma uppgift skapar detta en bred möjlighet till variation. Däremot går det inte att urskilja någon annan form av kontrastering i läromedlet kopplat till subtraktion. Variationsmönstret separation kan urskiljas genom kontrasteringen eftersom räknesättet subtraktion separeras från andra räknesätt i ett sammanhang. Att urskilja separation i lärobokens subtraktionsuppgifter som helhet är däremot svårare av den anledning att uppgifterna inte utvecklas genom att exempelvis svårighetsgraden ökar eller att nya matematiska områden inom subtraktion introduceras. I Prima matematik 3A framställs subtraktionen inom både huvudräkning och uppställning på samma sätt, alltså med samma aspekter och därmed är det inte variation i aspekterna som kan separeras. Även variationsmönstret generalisering är svårt att urskilja kopplat till lärandeobjektet av samma anledning som separation, samt på grund av att det inte förekommer någon märkbar generalisering i uppgifterna som separerar drag från lärandeobjektet. Variationsmönstret fusion går inte heller att urskilja i läromedlet eller i enskilda uppgifter.

6.2.5 Eldorado grundbok 3A - analys av kritiska aspekter
I läromedelsboken finns det totalt 37 stycken uppgifter där räknesättet subtraktion ska användas varav i 22 stycken används huvudräkning och 15 stycken är uppställningsuppgifter. I kapitel 2 behandlas i huvudsak räknesättet subtraktion och eleverna får i detta kapitel träna på att generalisera huvudräkningsstrategier, subtraktion i textuppgifter, överslagsräkning och uppställning med och utan växling i den nämnda ordningen. Kapitlet avslutas med att eleverna får genomföra en utvärdering och repetera blandade uppgifter. Uppgifterna i kapitlet går att koppla till de kritiska dragen huvudräkning och uppställning eftersom eleverna får träna på att använda sig av olika huvudräkningsstrategier och uppställning där växling förekommer uppmärksammas. Huvudräkningsuppgifterna i subtraktion består genomgående av två termer. I de huvudräkningsuppgifter som förekommer i kapitlet får eleverna träna på de olika lösningsstrategier. Dessa strategier kallas i läroboken för: “se svaret”, “räkna bakåt”, “se

De inledande fyra huvudräkningsuppgifterna i kapitlet ska skapa förståelse för innehållet i uppgiften därefter. De förklarings eleverna tidigare har fått till huvudräkningsstrategierna är benämningen på strategin samt en konkret bild av strategin där den utförs på en tallinje, precis som figur 13 visar ovan. En kritisk aspekt i detta kan vara att eleverna med hjälp av benämningen och tallinjen förväntas förstå hur strategin går till och när den kan vara lämplig att använda. Här kan en pedagog behöva komplettera med genomgång, samtal och modellering. Vidare förekommer det i liten grad användning av olika representationsformer i läroboken. De representationsformer som eleverna får ta del av när de tränar på huvudräkning är främst matematiska symboler och en liten mängd språk vid instruktioner samt bild i form av en tallinje. En kritisk aspekt i detta kan vara att eleverna inte får arbeta mer med representationsformer vid inlärningsprocessen.

Vid huvudräkningsuppgifterna (figur 14) syns sambandet mellan addition och subtraktion vid en uppgift där addition, att räkna upptåt, anges som en strategi vid subtraktionssuppgifter. I anslutning till strategin “se skillnaden” visas en uträkningsprocess på en tallinje där addition används för att lösa uträkningen. Inför denna uppgift behöver eleverna ha förståelse för vad begreppet skillnad innebär, vilket kan ses som en kritisk aspekt. En ytterligare kritisk aspekt i uppgiften är att eleverna behöver förstå att det sista talet vid uppräkningen blir en summa och även differensen. Hur addition och subtraktion hänger ihop kan därmed behöva synliggöras för eleverna. Den kritiska aspekten sambandet mellan addition och subtraktion förekommer i tre uppgifter i läroboken. Dels förekommer aspekten i den precis nämnda uppgiften, samt i en uppställningsuppgift där eleverna ska använda addition för att kontrollräkna en subtraktionssuppförrättning.
I figur 15 i den sista uträkningen ska eleverna använda samma termer som förekommer i subtraktionsuttrycket och genomföra en additionsuträkning i syfte att kontrollera den tidigare subtraktionsuträkningen. Det kritiska i uppgiften är att eleverna behöver förstå sambandet mellan addition och subtraktion, att addition kan användas för att kontrollera subtraktion. Vid detta moment krävs det att eleverna förstår vilka tal i subtraktionen som ska adderas med varandra för att få fram rätt svar och fullborda kontrolleringen. En risk när eleverna ska kontrollräkna med hjälp av addition är att eleverna kan råka använda och addera samma termer som i subtraktionsuttrycket. I detta fall når eleverna ska räkna ut $560 - 338 = 222$ kan detta innebära att eleverna istället skriver $560 + 338 = 898$ vid kontrollen, vilket är rätt men inte det svar som uppgiften efterfrågar.

Något som inte framkommer tydligt är den kritiska aspekten antikommutativa lagen. Den antikommutativa lagen förekommer i fem uppgifter i läroboken där eleverna själva ska skriva in termer och räkna ut differensen, med andra ord skriva hela uttrycket (se figur 14 och 15). I en ytterligare uppgift får eleverna olika färdiga tal och ska skriva fyra olika uttryck utefter dessa tal.

6.2.6 Eldorado grundbok 3A - analys av variationsmönster


Variationsmönstret separation syns även det genom att subtraktionsuppgifterna utvecklas och att svårighetsgraden stegvis ökar. Eleverna hanterar först strategier var för sig för att sedan kunna välja lämplig metod på egen hand. I de första arbetsuppgifterna som behandlar huvudräkningsstrategier finns ett samspelet mellan olika representationsformer som sedan synliggör de kritiska aspekterna med subtraktion. Likaså används inledningsvis samspelet mellan olika representationsformer när eleverna får möta uppställning inom subtraktion.

![Figur 17: Fyll i så att det stämmer, s. 45, Eldorado grundbok 3A (Olsson & Forsbäck, 2016). Illustratör: Åsa Gustafsson.](image)


Generalisering kan urskiljas genom att lärandeobjektet subtraktion presenteras genom samma typ av uppgifter genom hela kapitlet, men med en variation av olika tal och strategier. Minuenden och subtrahenden varierar uppgift efter uppgift, det är aldrig någon av dem är
7. Resultatdiskussion

I följande avsnitt kommer studiens resultat att diskuteras och avsnittet kommer vara uppdelt i två delar. I varje steg kommer resultaten från respektive läromedel att jämföras i relation till den valda teorin och tidigare forskning. Syftet med läromedelsanalysen var att undersöka tre läroböcker från tre olika bokförlag genom att använda variationsteorin för att kunna besvara på frågeställningarna:

- Vilka möjliga kritiska aspekter och drag samt variationsmönster kan urskiljas i utvalda matematikläromedlen inom subtraktion?
- Hur kan de möjliga kritiska aspekterna och dragen samt variationsmönster påverka lärandet i subtraktion?

7.1 Kritiska aspekter och drag

I analysen kunde de följande två kritiska aspekterna urskiljas i samtliga läroböcker: sambandet mellan addition och subtraktion och den kommutativa/antikommutativa lagen. Det kritiska draget huvudräkning kunde urskiljas i två av tre läroböcker och det kritiska draget uppställning inom subtraktion inom subtraktion i alla tre.

**Sambandet mellan addition och subtraktion**

**Den antikommutativa lagen**


**Huvudräkning och uppställning**


### 7.2 Variationsmönster

Förekomsten av variationsmönstren kontrast, separation, generalisering och fusion varierade i de olika läroböckerna. Gemensamt i alla läroböckerna var att kontrast och separation kunde urskiljas på ett tydligt sätt. Däremot användes variationerna på olika sätt i alla tre läroböcker och därmed kunde de urskiljas på olika sätt och i olika sammanhang. Kontrast kunde i alla läroböcker urskiljas genom att det gjordes kopplingar till räknesättet addition, i *Prima matematik 3A* användes även andra räknesätt. I *Eldorado grundbok 3A* kunde kontrastering främst urskiljas genom att lärandeobjektet subtraktion behandlades genom en påbyggnation i läroboken. Kontrasteringen mot andra räknesätt som addition är däremot svag i *Eldorado...*
grundbok 3A där räknesätten i huvudsak behandlas separat i olika kapitel. Därmed får inte eleverna någon vidare möjlighet till att skilja på addition och subtraktion. Om eleverna exempelvis inte får sambandet mellan addition och subtraktion uppmärksammat för sig kan detta innebära att de inte kan använda räknesätten till fördel för varandra och risken till felberäkningar ökar (Nunes m.fl., 2009). För att undvika felberäkningar kan eleverna exempelvis använda addition till att kontrollräkna subtraktionsuppgifter och därigenom själv kunna uppmärksamma felsteg. I Favorit matematik 3A förekommer kontrasteringen i kapitlet där både subtraktion och addition behandlas medan i Prima matematik 3A förekommer kontrastering enbart i en arbetsuppgift. Brist på kontrast gör det svårare för eleverna att kunna urskilja de kritiska aspekterna och dragen kring lärandeobjektet (Lo, 2014), vilket kan leda till att eleverna förlorar lärandesituationen. Eleverna skulle kunna urskilja kontrastering i subtraktion genom att låta sig att se subtraktion på olika sätt. Istället för att enbart se subtraktion som “ta bort” eller “minska” kan eleverna även lära sig att se subtraktion som “lägg till”, “jämför eller “se skillnaden” för att lättare kunna urskilja kritiska aspekter och drag. Detta kan i sin tur underlätta för eleverna att välja lämpliga strategier för olika subtraktionsuppgifter.


8. Slutsats och implikationer

Studiens syfte var att analysera tre olika läromedelsböcker inom matematik för att undersöka hur subtraktion framställs i läroböckerna. Analysen gick ut på att undersöka vilka variationsmönster samt vilka valda kritiska aspekter och drag som kan urskiljas i läroböckerna och hur dessa i sin tur kan påverka lärande. I detta avsnitt sammanfattas resultatet som sedan leder till studiens slutsats och avslutningsvis presenteras studiens implikationer.

8.1 Slutsats

Den första forskningsfrågan “vilka möjliga kritiska aspekter och drag samt variationsmönster kan urskiljas i utvalda matematikläromedlen inom subtraktion?” besvarades under analysprocessen. I alla läromedel kan de kritiska aspekterna samband mellan addition och subtraktion samt antikommutativa lagen urskiljas, däremot varierar tydligheten i detta mellan läroböckerna. I Prima matematik 3A används både huvudräkning och uppställning men då det inte tydligt uppmärksammas olika strategier inom huvudräkning kan inte detta kritiska drag urskiljas. Eldorado grundbok 3A uppmarssmar exempelvis fyra olika huvudräkningsstrategier inom subtraktion, medan Favorit matematik 3A lär ut en strategi och Prima matematik 3A ingen. Alla läromedel hade däremot genomgång av uppställningsstrategin vertikal uppställning och därmed kan detta kritiska drag urskiljas. När det kommer till variationsmönster kan kontrast urskiljas i alla utvalda läroböcker och separation kan urskiljas genom kontrastering i alla dessa. Generalisering kan urskiljas i Favorit matematik 3A och i Eldorado grundbok 3A och variationsmönstret fusion kan enbart urskiljas tydligt i Eldorado grundbok 3A.


Slutsatsen som kan dras är att alla kritiska aspekter kunde urskiljas i alla läroböcker. Däremot kan inte det kritiska draget huvudräkning urskiljas på ett tydligt sätt i Prima matematik 3A. Vidare varierade förekomsten av variationsmönster i läroböckerna och enbart kontrast samt

8.2 Studiens implikationer
Genom denna studie har subtraktionsuppgifter i tre utvalda läromedel för årskurs 3 analyserats med hjälp av variationsteorin. Det har gjorts en ansats till att urskilja möjliga kritiska aspekter och drag samt variationsmönster vilket sedan har satts i relation till tidigare forskning och elevernas lärande. Studiens didaktiska implikationer är att lärarstudenter och yrkesverksamma lärare kan dra lärdom av vikten av att variera sin matematikundervisning. Lärarstudenter och yrkesverksamma lärare kan genom denna studie få en ökad medvetenhet runtom sin egen planering och organisering i matematikundervisningen. Detta eftersom det visar sig att matematikläroböcker behöver kompletteras med andra arbetssätt, genomgångar och andra uppgifter för att uppnå optimalt lärande.

Referenslista

Källmaterial
Gleerups (u.å) Prima matematik 3A grundbok, upplaga 3. Hämtad 2020, 26 april från https://www.gleerups.se/1-3/1-3-matematik/1-3-matematik-baslaromedel/primamatematik-3a-grundbok-upplaga-3-p51103020
Brorsson, Å. (2013). Prima matematik, upplaga 2. Gleerups Utbildning AB.

Litteratur
Internetkällor


Roos, H. & Trygg, L. (2018). *Begrepp och representationer.* Hämtad 2021-03-24 från: [https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/419_matematikdidaktik_specialpedagogik%20%C3%A5k1-3/del_02/Material/Flik/Del_02_MomentA/Artiklar/MA1_1-3_02A_01_begrepp.docx](https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/419_matematikdidaktik_specialpedagogik%20%C3%A5k1-3/del_02/Material/Flik/Del_02_MomentA/Artiklar/MA1_1-3_02A_01_begrepp.docx)


prioriterade-omraden/reviderade-kurs--och-amnesplaner/andrade-kursplaner-i-grundskolan
Skolverket (u.å). Nationella prov i grundskolan. Hämtad 2021-03-30 från:
https://www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/nationella-prov-i-grundskolan
https://www.skolverket.se/getFile?file=7592
https://www.skolverket.se/download/18.6bfaca41169863e6a65a299/1553964738799/pdf2942.pdf

Bilagor

Bilaga 1 - Meddelande till bokförlagen och svar

Hej!

Vi har inget att invända emot att ni använder bilder ur Favorit matematik på det sätt som ni beskriver så länge det inte offentliggörs i digital form. Var noga med att ange tydlig källa. Av upphovsrättsliga skäl kan vi inte ge tillstånd till att illustrationer ur Favorit matematik publiceras digitalt.

Lycka till!

Med vänliga hälsningar

Hej!

Kollek att du uppmärksammar Natur & Kulturs lärmedel! Vi skickar inte ursprungsmaterial till studenter eller privatpersoner. I stället kan du se innehållsföreställningar och smakprov ur de flesta delar på nok.se/lärmedel. Skriv lärmedlets namn i sökutan, klicka på bokens namn i köpoversikten och sedan på Provlös.

Du har även möjlighet att beställa kostnadsfri digitalbok i 14 dagar på nok.se, se länk här!
https://www.nok.se/digitala-larmodlet/stryck-gratis/

Tack för att du väljer Natur & Kultur.

Missa inte vad som händer - anmäl dig till våra nyhetsbrev.
https://www.nok.se/nyhetsbrev/

Vänliga förbindelser

Hej Emmy,


Hoppas att detta gav svar på er fråga.

Önskar dig en fortsatt fin dag!

Hälsningar