

Införandet av Computer Based Mathematics (CBM) i ingenjörsutbildningar

Anders Gåård¹, Hans Löfgren², Bertil Nilsson² och Nils Hallbäck¹

¹Karlstads Universitet, ²Högskolan i Halmstad

Abstract — CBM är ett koncept som innebär användning av datorn och matematikprogramvaror som huvudverktyg i undervisningen. Istället för att som i traditionell undervisning kombinera handräkning med datorlabbar ligger tyngdpunkten i en CBM-kurs på datoriserade beräkningsverktyg. Härav förflyttas fokus mot konceptförtäelse, modellering och tolkning av resultat. Vid Högskolan i Halmstad och Karlstads Universitet finns idag flera kurser baserat på CBM. Kvantitativt har införandet lett till ökad studentgenomströmning samtidigt som innehållet i kurser har ökat. Kvalitativa markörer, såsom studentens egen uppfattning om konceptuell förståelse och nyfikenhet inom ämnet, har baserat på kursvärderingar också ökat.

I. INTRODUCTION

Matematiken har aldrig varit så central för samhällets utveckling, och som konkurrensmedel för industrin, som idag. Samtidigt baseras matematikundervisningen inom ingenjörsutbildningar på handräkning, vilket explicit medför kraftigt förenklade problemställningar. Verkliga problem är långt mer komplexa. Produktmarkörer såsom energieffektiv, materialsmart och snygg design, ska valideras på allt kortare utvecklingstid och till lägre kostnad. Detta ställer höga krav på ingenjörens förmåga till modellering och simulering som inte låter sig göras för hand utan kräver digitaliserade verktyg. Genom moderna datorverktyg stärks matematikens användbarhet samtidigt som fokus skiftas till konceptuell förståelse, modellering och tolkning. Denna naturliga utveckling leder oss mot ett paradigmskifte som måste avspeglas i en modern utbildning. Klyftan mellan utbildning och industrins behov behöver slutas.

Generiska kurser vid högre utbildning inom teknik- och naturvetenskap är i hög grad baserade på tillämpad matematik. Nästan uteslutande, åtminstone om tillgänglig kurslitteratur får agera referens, är undervisningsfilosofin utformad för beräkningar gjorda med papper och penna. Till att börja med påtvingar handräkning, i regel, att den matematiska modell som ska approximeras verkligheten blir kraftigt förenklad och företrädesvis begränsad till en eller två dimensioner. Problemen studenterna möter blir därmed tillrättalagda, idealiserade och inte alls lika spännande som ett verklighetstroget problem. Ett ännu större bekymmer, ur ett pedagogiskt perspektiv, är att handräkning har tvingat fram ett batteri av matematiska ”tricks/knep och knåp” för att möjliggöra beräkningar för hand. Varför är detta ett problem? I kurser som studenter uppfattar som svåra, där genomströmningen

typiskt hamnar under 50%, kan den konceptuella förståelsen ofta sammanfattas med endast en handfull ekvationer och samband. Översatt till kurslitteratur eller innehåll som tas upp på föreläsningar motsvarar detta (grovt generaliserat) i bästa fall en tredjedel av innehållet. Resterande tid går åt till att förklara alla ”tricks/knep och knåp” samt till långa handräkningar. Så svaret på varför det är ett problem är att **konceptuell förståelse** överskuggas av ”matematisk manipulation”.

Ovanstående beskrivning återspeglas också i kursvärderingar där studenter exempelvis säger sig har svårt att förstå vikten av härledningar av ekvationer. Om härledningen enbart används för att nå konceptuell förståelse tror vi att den skulle uppfattas mer motiverad. Det är när batteriet med beräkningsmetodik som krävs för att handräkna kopplas på (som ofta är mer omfattande) som budskapet riskerar gå förlorat.

II. INGENJÖRSMÄSSIG PROBLEMLÖSNING

Utöver den initiala problemdefinitionen kan ingenjörsmässig problemlösning delas upp i tre faser:

1. Modellering – approximation av verkligheten i matematiska termer
2. Beräkning – lösning av de matematiska modellerna
3. Tolkning – analys av resultaten

Av dessa tre faser är datorn överlägsen människan vad gäller beräkning medan modellering och tolkning är egenskaper bara en tränad ingenjör kan bemästra. Det är därför av största vikt att träna studenter i konsten att modellera och tolka matematiska resultat. Om den matematiska modellen är felaktigt, till exempel på grund av för stora förenklingar, kan detta ha drastiska konsekvenser. Att tolka och förstå inverkan av olika parametrarna och konsekvensen av om något ändras är avgörande för exempelvis dimensionering och optimering av tekniska system. Det samma gäller enligt författarna även för utbildning i generiska ingenjörsmännen. Konceptuell förståelse nås genom att studenterna är fria från matematiska begränsningar i skapandet av naturtrogna modeller av problemen de är satta att lösa, samt att resultatet grundligt analyseras för att förstå innebörden av slutprodukten (i regel en ekvation eller samband av något slag).

III. ALTERNATIV TILL TRADITIONELL UNDERVISNING

Traditionell undervisning, baserad på handräkning, påtvingar begränsningar på den matematiska modelleringen (fas ett) där problem ofta kraftigt förenklas för att det ska vara möjligt att

utföra beräkningarna för hand. Tiden studenterna spenderar i modelleringsfasen är vanligen liten. Merparten av tiden spenderas på beräkning (fas två), där utrymmet för rena räknefel är stort. Till sist når de tolkningsfasen (fas tre) där resultaten ska analyseras. Även här är tiden som spenderas minimal av den enkla anledningen att till exempel parameterstudier tar alldeles för lång tid. Dessutom blir upptäckarglädjen i att testa nya modeller eller approximationer ofta kvävd av det krävande analytiska handräknandet. Vanligen avslutar studenten istället problemlösningen med en snabb reflektionslös jämförelse med facit.

En alternativ undervisningsfilosofi för att nå konceptuell förståelse är att utgå från *Computer Based Mathematics* (CBM), vilket möjliggör ett förhållningssätt där ingenjörsmässiga problem formuleras öppnare så att datorn kommer in som ett naturligt arbetsredskap. Här ingår även den ingenjörsmässiga konsten att definiera och isolera problem för efterföljande analys. CBM är ett koncept vilket innebär att datorer används för beräkningar i ämnen som är matematiskt tillämpade. Men CBM ökar också tillgängligheten och användbarheten av matematik till andra än den matematiskt utbildade ingenjören. I takt med utvecklingen av datorer och matematiska programvaror blir gränssnittet mellan användaren och datorn allt mer intuitiv. Författarna menar att discipliner som tex ekonomi och medicin redan skulle dra stor fördel av införandet av CBM.

Om samma tre lösningsfaser (modellering, beräkning och tolkning) som beskrivs ovan baseras på CBM, ger CBM betydligt större möjligheter att bygga en verklighetstrogen matematisk modell, då studenten inte behöver ta hänsyn till *hur* den matematiska modellen löses. Här kan betydligt mer tid spenderas på att istället bygga en modell som faktiskt återspeglar verkligheten. Fas två, lösning av den matematiska modellen, tar i regel väldigt lite tid då datorn används som arbetsredskap. Dagens matematikprogram innehåller redan som bekant avancerade lösare av både algebraiska ekvationer som differentialekvationer och kombinationer av dessa. Sista fasen, analys av resultaten; även här kan studenten lägga mycket tid och ”leka med matematik” för att förstå innebörden av de olika variablerna.

Vad betyder ”leka med matematik” och hur bidrar det till konceptuell förståelse? I regel är slutprodukten en ekvation eller samband som för de allra flesta av oss är svårt att överblicka utan hjälpmedel. CBM möjliggör en sådan enkel sak som interaktiva grafer där ingående parametrar kan varieras, vilket är ett kraftfullt verktyg för att nå konceptuell förståelse.

IV. CBM PÅ HÖGSKOLAN I HALMSTAD OCH KARLSTADS UNIVERSITET

I snart 20 år har det funnits kurser baserat på CBM vid Högskolan i Halmstad (HH). Detta startade då universitetslektor Bertil Nilsson kom till högskolan efter 15 år som tillämpad matematiker i industrin. Inspirerad av datoranvändning i produktutvecklingen började Nilsson introducera beräkningsprogram i sina grundläggande kurser. Sedan 10 år har HH ett egenutvecklat digitalt kursmaterial baserat på CBM

bestående av e-böcker och projekt för kurser i matematik, mekanik och hållfasthetslära. Dessa kurser läses sammanlagt av ca 200 studenter per år. Kurserna har inte utvärderats vetenskapligt men genomgått en kontinuerlig utveckling genom kursvärderingar och industrikontakter. Oss veterligen är denna kunskap och erfarenhet inom CBM unik i Sverige.

Inom ingenjörsutbildningar i maskinteknik vid Karlstads Universitet (KaU) har CBM börjat införas i generiska kurser. Första kursen ut var hållfasthetslära för civilingenjörer, januari 2016, vilken traditionellt har haft en genomströmning på 20–45% för förstagångsstuderenter. Första året CBM infördes ökade genomströmningen till 82% och andra året till 90%. Baserat på kursvärderingar (där svarsfrekvensen ökat markant sedan CBM infördes) är studenterna mycket nöjda och flertalet säger i fritextsvaren att de kan de lägga betydligt mer tid på att nå konceptuell förståelse.

V. FÖRUTSÄTTNINGAR

Att införa CBM kräver en satsning av lärosätet. För att fokusera på kärninnehållet i kurser behöver det så kallade ”trick/knep och knåp” som tagits för handräkning tas bort, vilket i praktiken betyder att ny kurslitteratur behöver skrivas. Nya räkneproblem behöver också tas fram då befintliga uppgifter i böcker blir alldeles för lätta. Inför hållfasthetsläran som var först ut vid KaU skrevs ett nytt kompendie anpassat till CBM, vilket kräver att tid avsätts.

En annan utmaning är examination. För att CBM ska fungera genom alla led krävs digitala examinationsmöjligheter. Vid KaU och HH finns inte denna möjlighet än och lösningen vi har använt oss av är tvådelad. En traditionell skriftlig salsdel där studenterna enbart behöver bygga den matematiska modellen, vilket renderar 4/5 av totala poängen. Den andra delen är en hemtenta där studenten får kopiera sina lösningar från salsdelen och sedan lösa/räkna uppgiften med den programvara vi valt (*Mathematica*).

VI. SLUTSATS

CBM är ett koncept som innebär användning av datorn och matematikprogramvaror som huvudverktyg. Istället för att som i traditionell undervisning kombinera handräkning med datorlabbar med risk för att skapa två kurser i en, ligger tyngpunkten i en CBM kurs på datoranvändandet. Handräknandet tillsammans med enkla skisser finns såklart fortfarande kvar men då bara på delar där det är enklare än att arbeta i en datormiljö. Med datorns hjälp kan studenten istället fokusera på koncept, modellering och nyfiken utforskning av problem.

Slutligen, hur är det då med matematik, behöver ingenjörstudenter inte längre studera matematik i någon större utsträckning om CBM anammas? Svaret är tvärtom! Dels kan de använda sig av en betydligt större delmängd av den matematik de redan läst, men de får också behov av *mer* matematik. Vid KaU kommer vi på grund av CBM lägga in ytterligare en matematikkurs i utbildningsplanen för våra högskoleingenjörer.